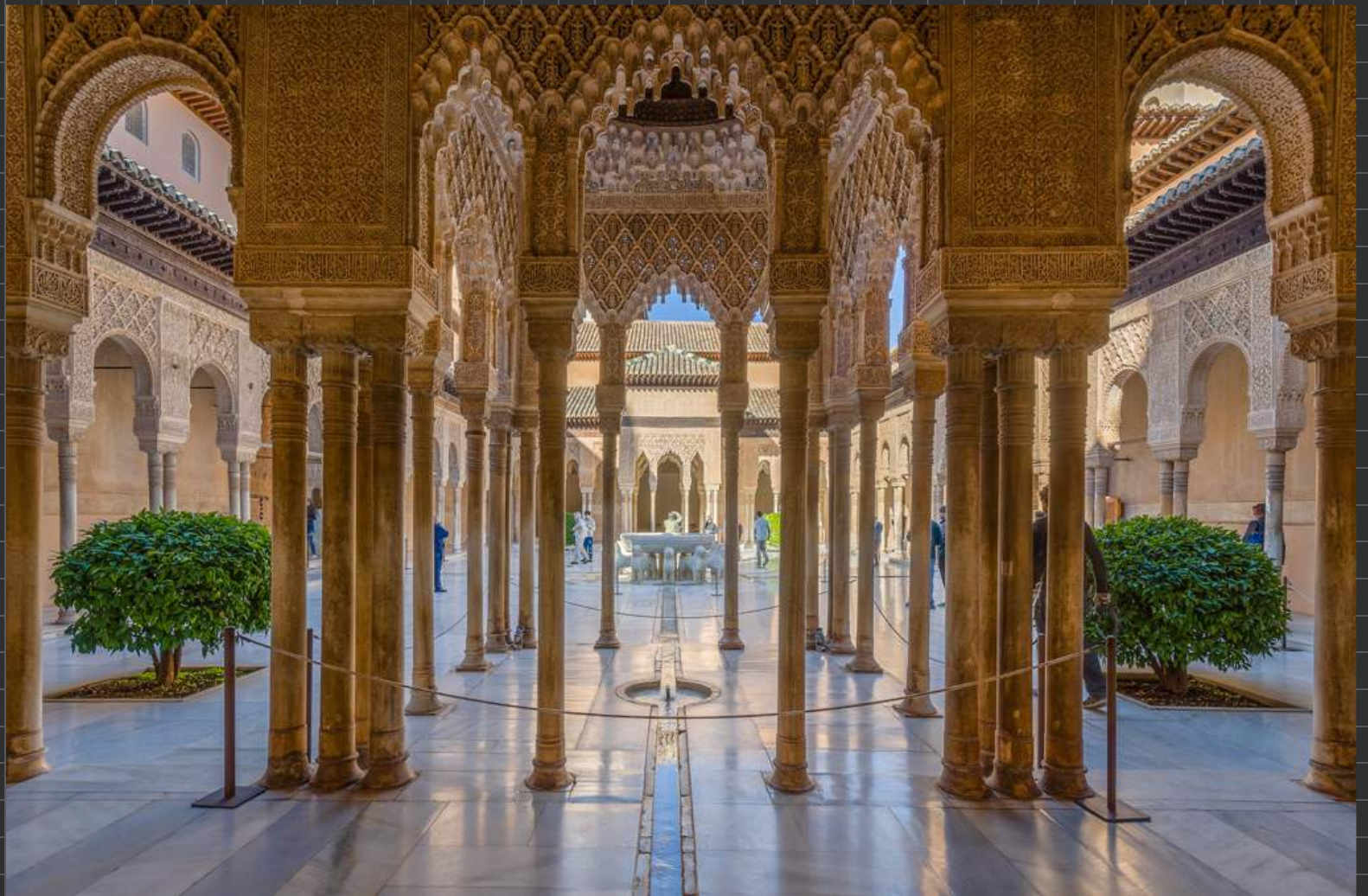


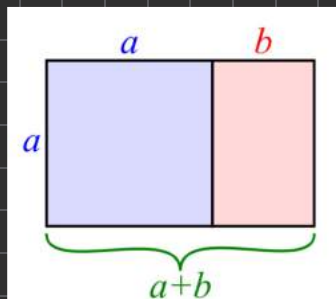


O SYMETRIACH W MATEMATYCE, FIZYCE I TAPETOWANIU ŚCIAN

dr hab. Katarzyna Grabowska, KMMF.





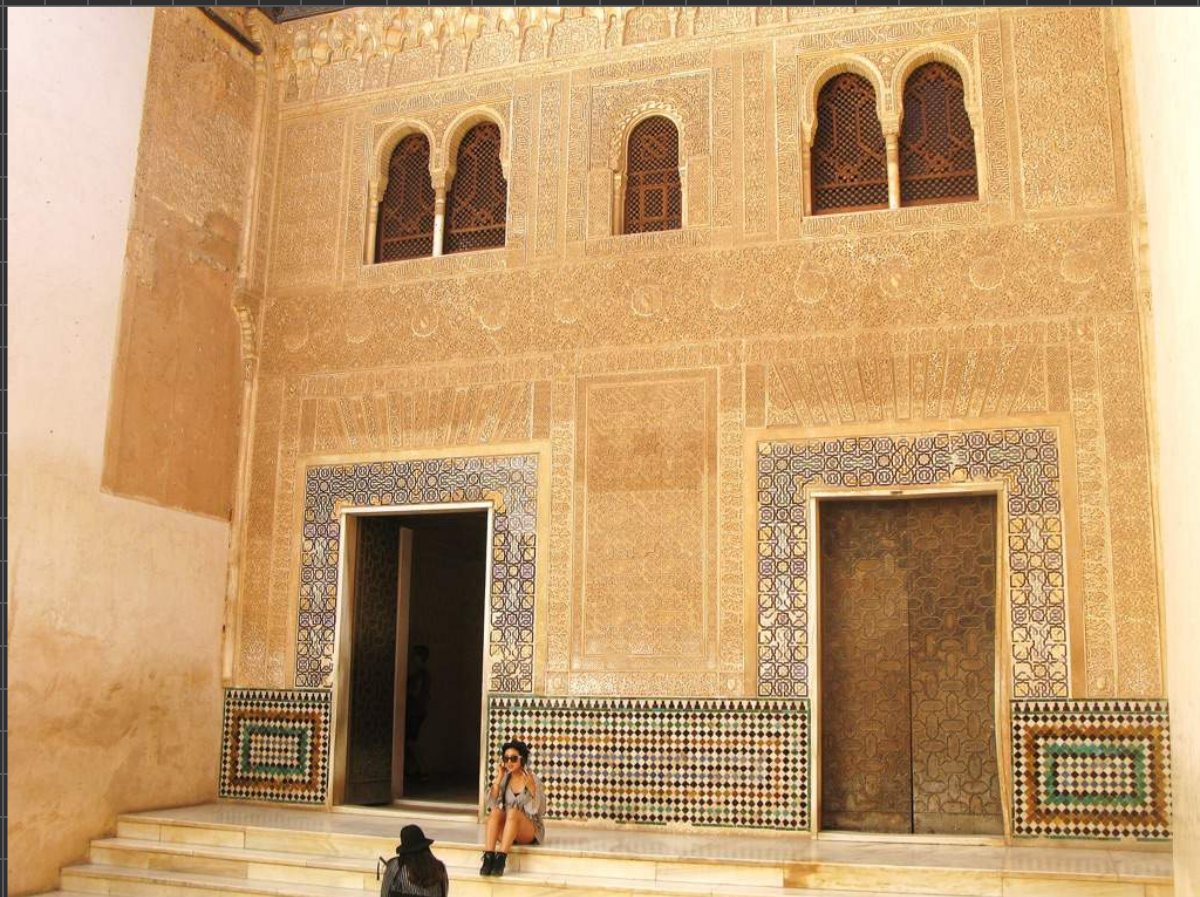


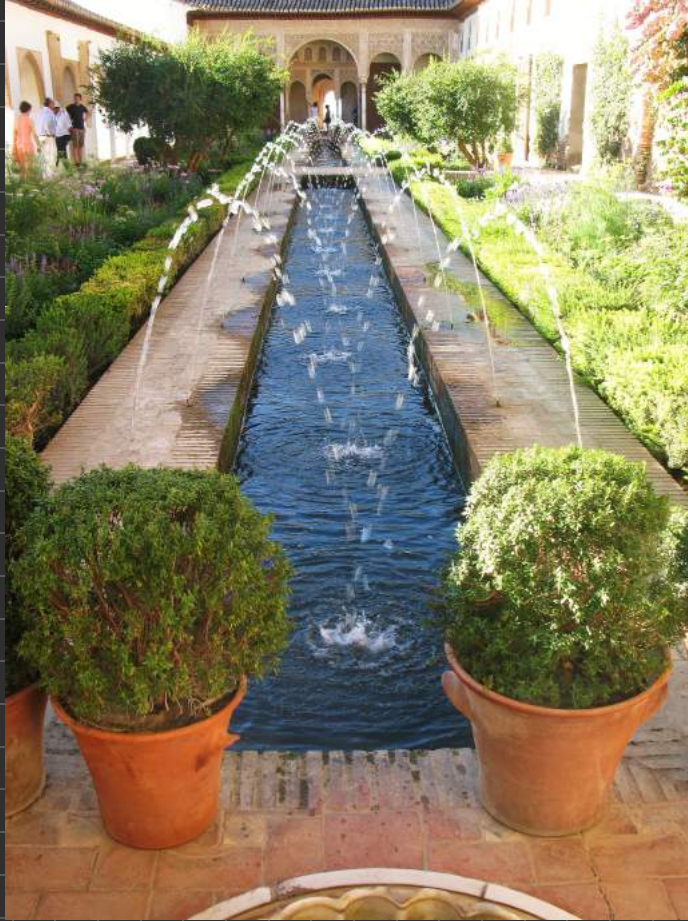
MKaart
 Mien vervoerskaart op alle mobiele
 telefoonnummers

• BILLETJES VAN ALLE LINDEN EN
 IN CONTOURLOZE gebouwen
 Alle informatie op
 www.mobiliiteit.lu
 • Klusje de wettige kaart van de
 Mien vervoerskaart
 Voor meer informatie
 www.mobiliiteit.lu
 Verhielders
 verdronk
 0011 EFS 10000 1000

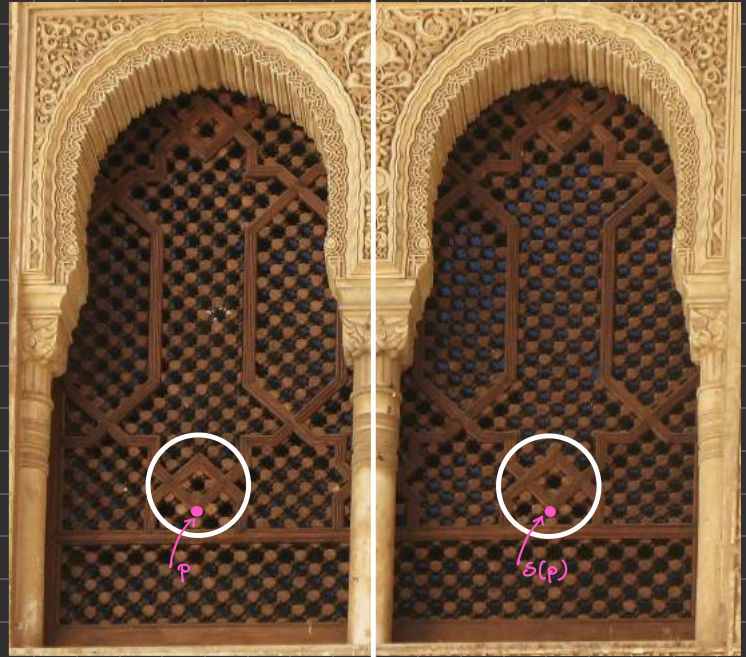
$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} = \dots = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

ZŁOTA PROPORCJA





ΣΥΜΕΡΙΑ ΟΣΙΩΝ



$$\sigma : P \longrightarrow P \quad p \longmapsto \sigma(p)$$

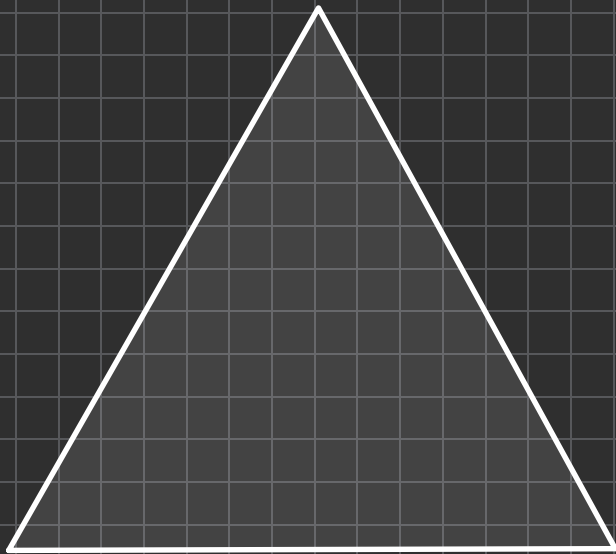
JA



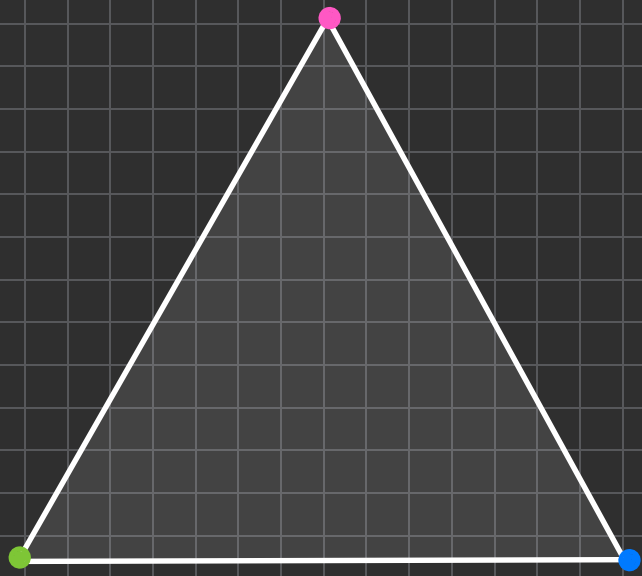
JA SYMETRYCZNA



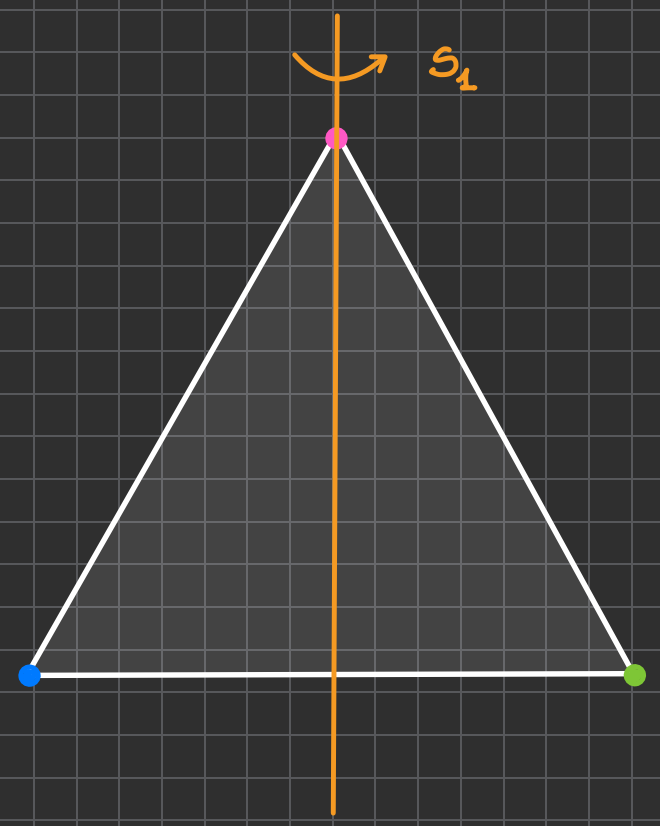
PRZEKSZTAŁCENIA PŁASZCZYZNY ZACHOWUJĄCE ODLEGŁOŚCI i ...



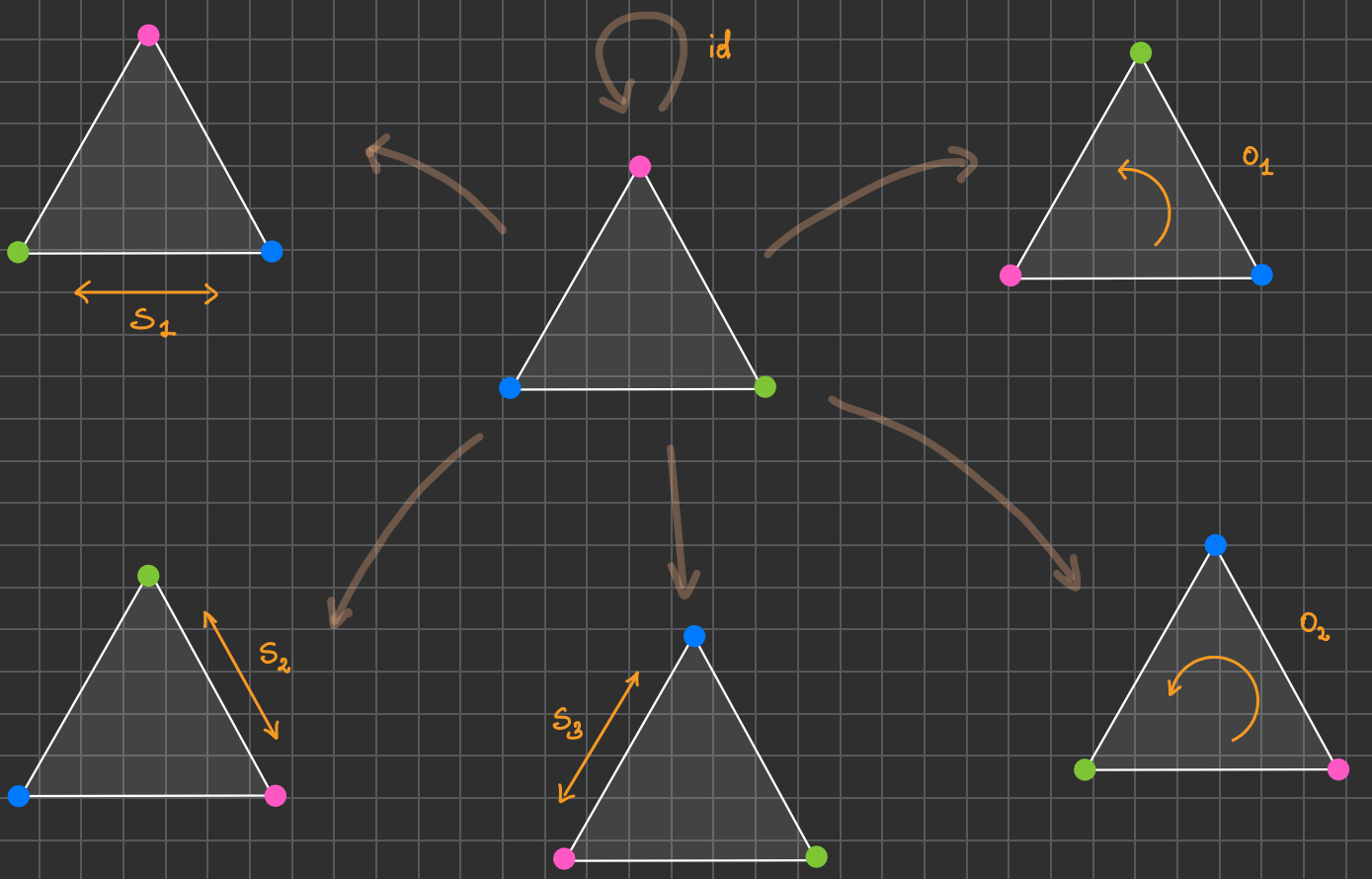
PRZEKSZTAŁCENIA PŁASZCZYZNY ZACHOWUJĄCE ODLEGŁOŚCI i ...

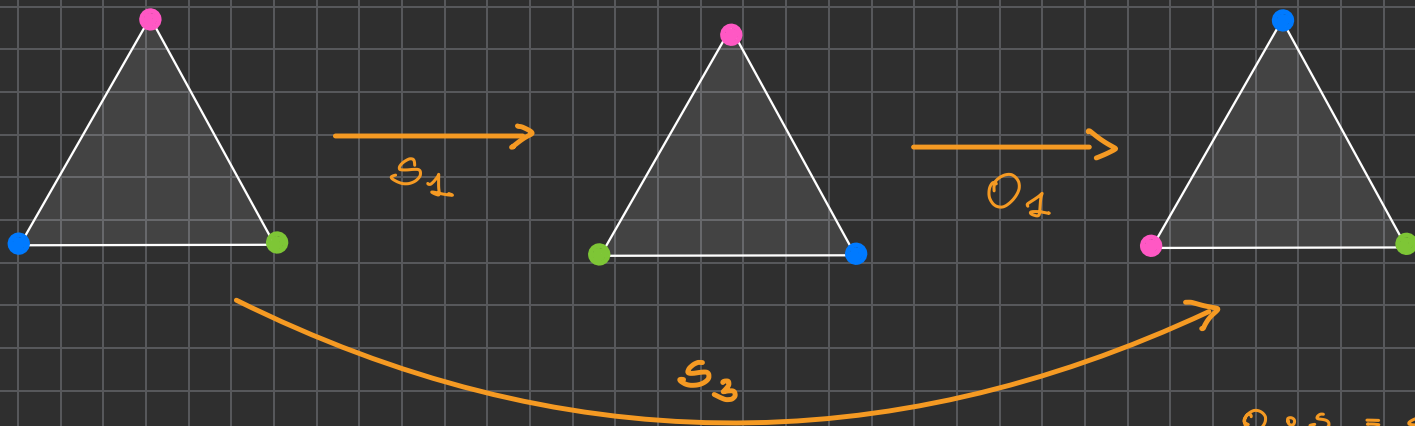


PRZEKSZTAŁCENIA PŁASZCZYZNY ZACHOWUJĄCE ODLEGŁOŚCI i ...



PRZEKSZTAŁCENIA PŁASZCZYZNY ZACHOWUJĄCE ODLEGŁOŚCI i ...



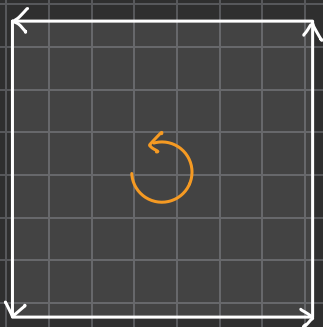


$$o_1 \circ s_1 = s_3$$

	id	o_1	o_2	s_1	s_2	s_3
id	id	o_1	o_2	s_1	s_2	s_3
o_1	o_1	o_2	id	s_3	s_1	s_2
o_2	o_2	id	o_1	s_2	s_3	s_1
s_1	s_1	s_2	s_3	id	o_1	o_2
s_2	s_2	s_3	s_1	o_2	id	o_1
s_3	s_3	s_1	s_2	o_1	o_2	id

SYMETRIE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO D_3

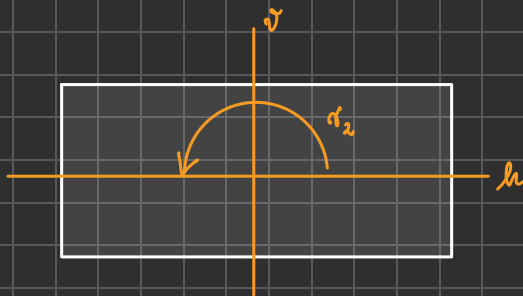
NIE TYLKO LICZBA ELEMENTÓW JEST WAZNA



$\{id, r_1, r_2, r_3\}$
 $r_i = \text{OBRÓT O } i \times 90^\circ$

C_4

	id	r_1	r_2	r_3
id	id	r_1	r_2	r_3
r_1	r_1	r_2	r_3	id
r_2	r_2	r_3	id	r_1
r_3	r_3	id	r_1	r_2



$\{id, \sigma, h, r_2\}$

	id	σ	h	r_2
id	id	σ	h	r_2
σ	σ	id	r_2	h
h	h	r_2	id	σ
r_2	r_2	h	σ	id

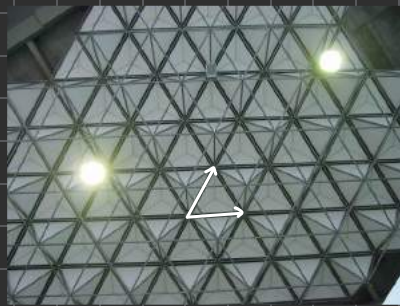
V_4



OPARCIE FOTEŁA



ŁAZIENKA FUW



LOTNISKO FRANKFURT



CHODNIK NA KAMPUSIE



ŁAZIENKA



CHODNIK

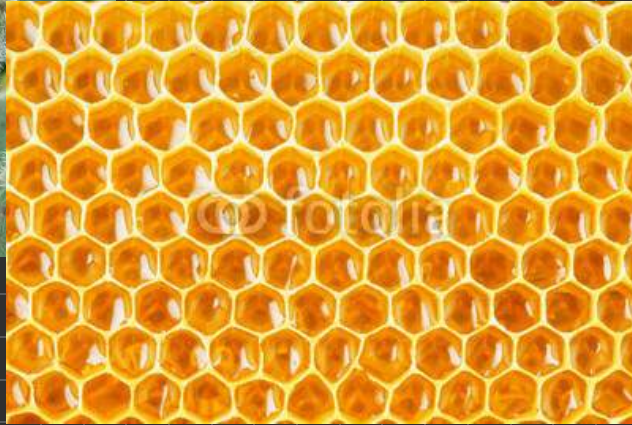
SPACER
PO MIEŚCIE

PRZYRODA

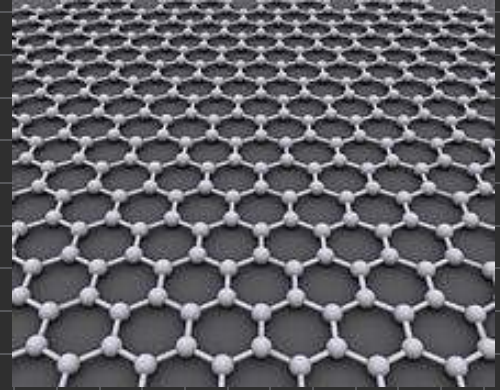


OPUNCJA

PLASTER MIODU

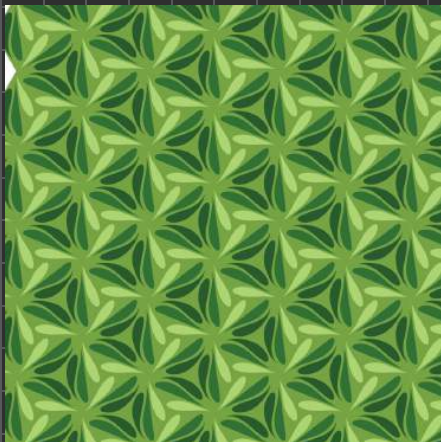


GRAFEN



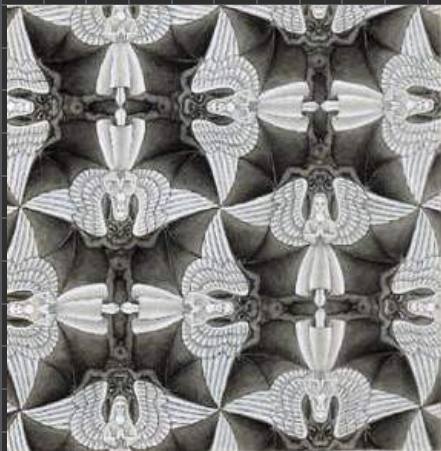
Gniazdo os





CERATA
WZÓR UŻYTKOWY

SZTUKA WSPÓŁCZESNA



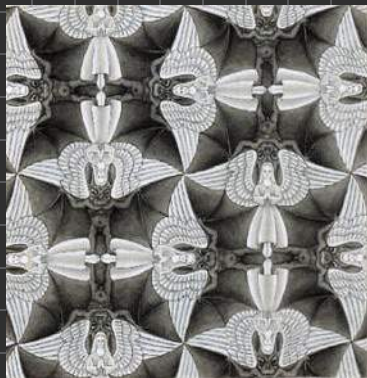
M. C. Escher
1898 - 1972
„ ANIOŁY I DIABŁY ”

WNĘTRZE SKLEPU (MAROKO)

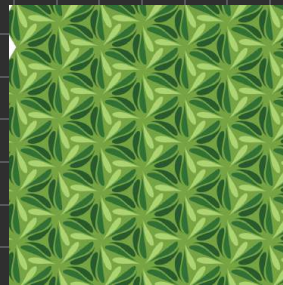


SZUKAMY PORZĄDKU!

p4g

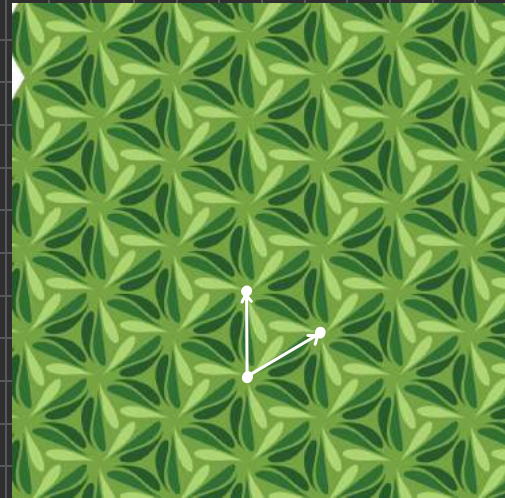
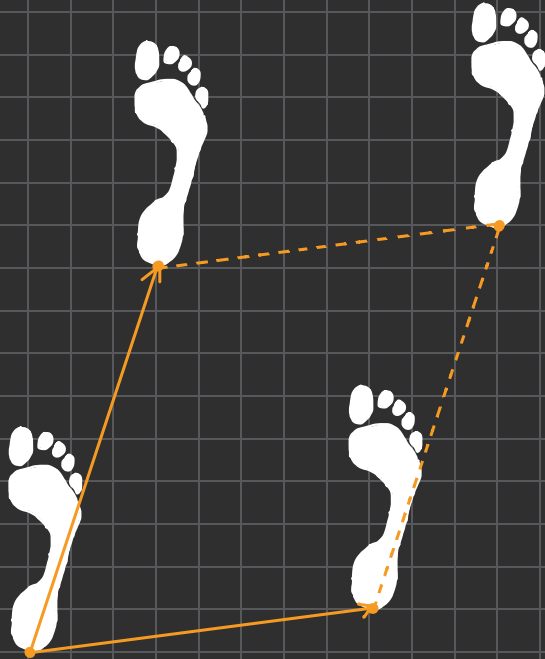


p4

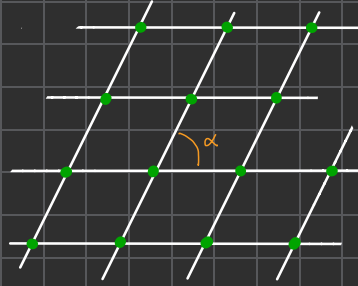


p3

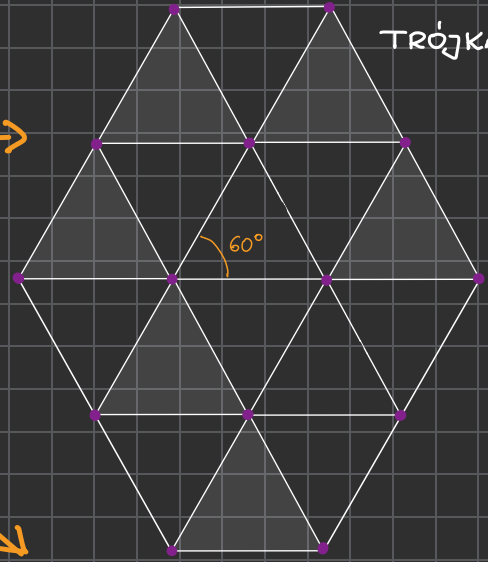
KAZDY WZÓR JEST NIEZMIENNICZY ZE WZGLĘDU NA DWA
RÓŻNE PRZESUNIĘCIA



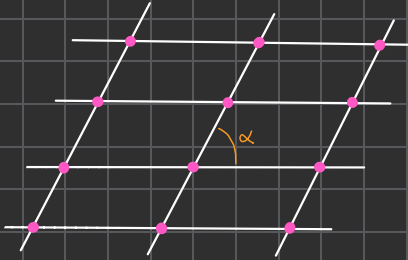
ROMBOWA



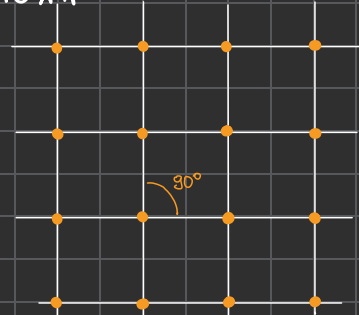
TRÓJKĄTNA



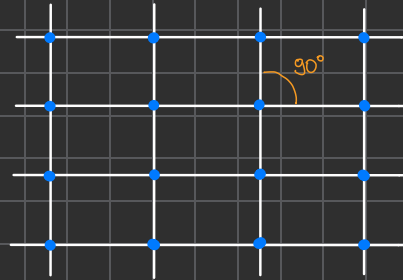
SIEĆ RÓWNOLEGŁOBOKÓW



KWADRATOWA



PROSTOKĄTNA



SYMETRIE OBROTOWE – TWIERDZENIE O OGRANICZENIU KRYSZTALOGRAFICZNYM

DWUKROTNA



180°

TRZYKROTNA



120°

CZTEROKROTNA



90°

SZEŚCIOKROTNA

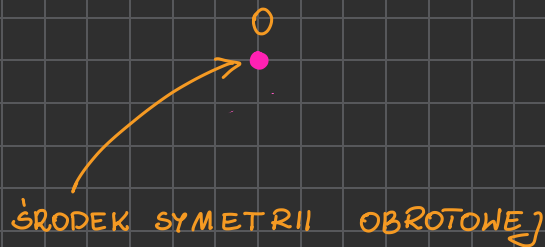


60°

UWAGA! DOWÓD MATEMATYCZNY!

DLACZEGO NIE MA SYMETRII OŚMIOKĄTNEJ?

ZAŁOŻMY ZE ISTNIEJE SIĘĆ NIEZMIENNICZA ZE WZGLĘDU
NA DWA RÓŻNE PRZESUNIĘCIA O SYMETRII OŚMIOKĄTNEJ

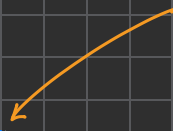


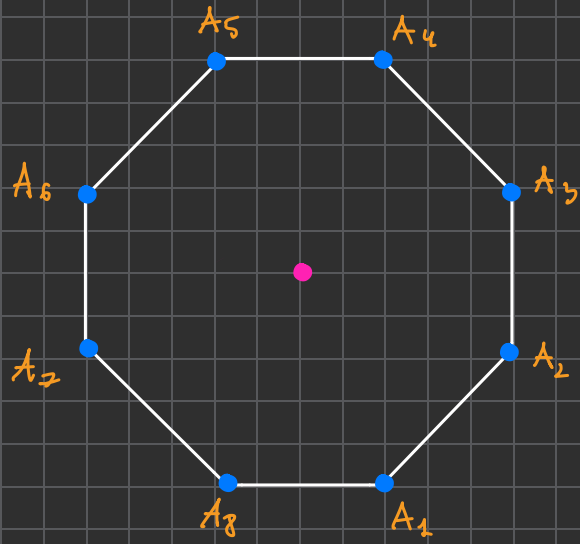
0

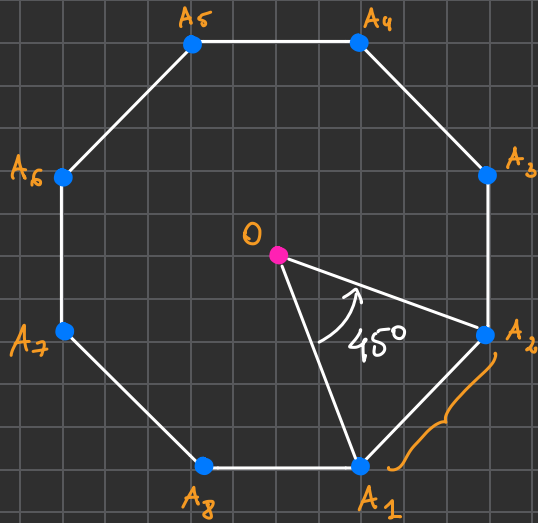


A₁

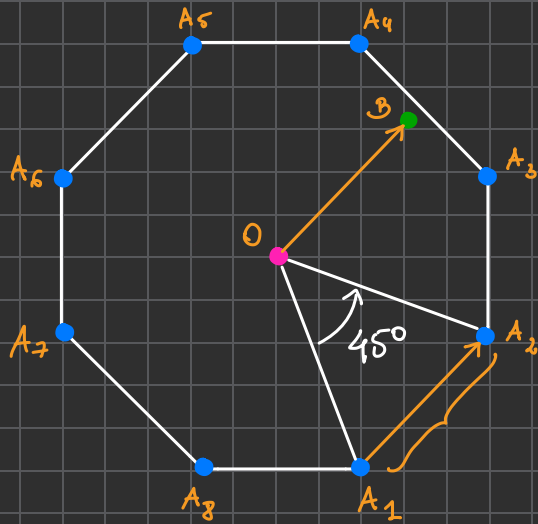
PUNKT SIECI
POŁOŻONY
NAJBLIŻEJ 0





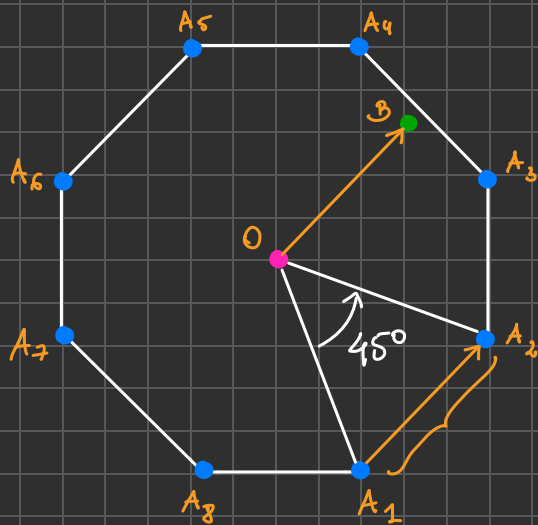


$$|A_1 A_2| < |OA_1|$$



$$|A_1A_2| < |OA_1|$$

$$|OB| = |A_1A_2| < |OA_1|$$



$$|A_1A_2| < |OA_1|$$

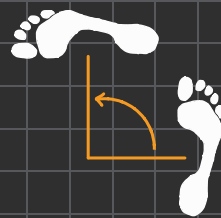
$$|OB| = |A_1A_2| < |OA_1|$$

SPRZECZNOŚĆ!

PRZESUNIĘCIE



OBRÓT

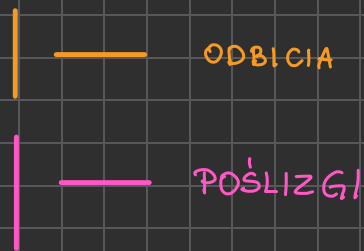
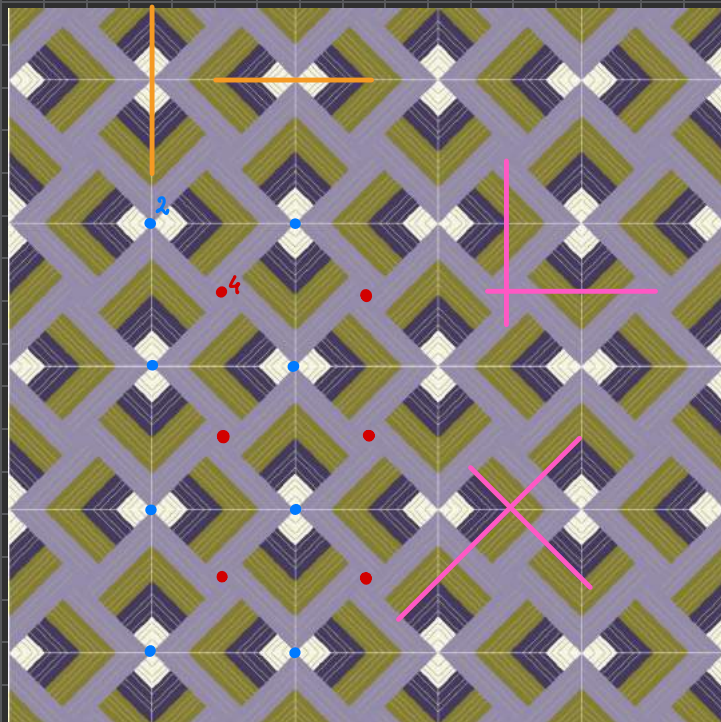


ODBICIE



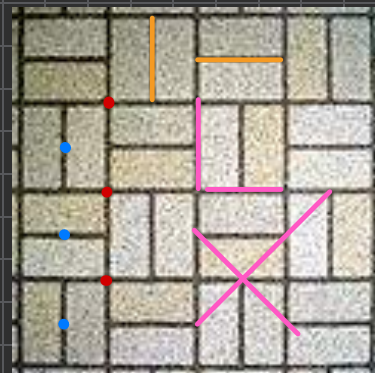
POŚLIZG





2 ŚRODKI OBROTÓW O 180°

4 ŚRODKI OBROTÓW O 90°



TWIERDZENIE

ISTNIEJE DOKŁADNIE 17 TYPÓW WZORÓW TAPETONÝCH

1891



EVGRAF STEPANOVICH FEDOROV
1863 - 1919

4. ^ E. Fedorov (1891) "Симметрия на плоскости" \neq (Simmetrija na ploskosti, Symmetry in the plane), Записки Императорскаго С.-Петербургскаго минералогическаго общества (Zapiski Imperatorskova Sankt-Petersburgskova Mineralogicheskova Obshchestva, Proceedings of the Imperial St. Petersburg Mineralogical Society), series 2, **28** : 345-390 (in Russian).

1924



PÓLYA GYÖRGY
1887 - 1985

5. ^ George Pólya (1924) "Über die Analogie der Kristallsymmetrie in der Ebene" (On the analog of crystal symmetry in the plane), Zeitschrift für Kristallographie, **60** : 278-282.

KONRAD HALLETTROD

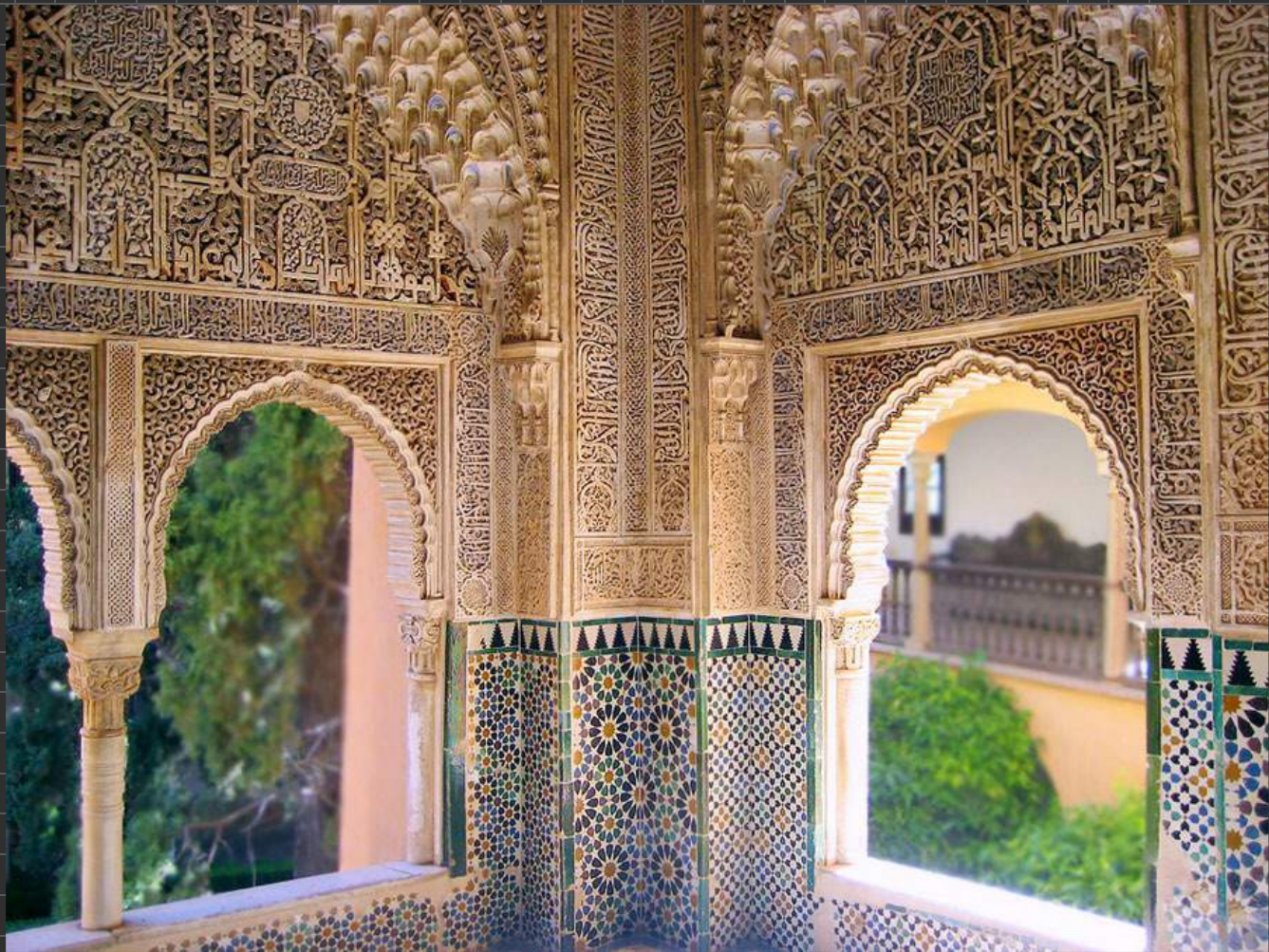
Już w gruzach leżą Maurów posady,
Naród ich dźwiga żelaza,
Bronią się jeszcze twierdze Grenady,
Ale w Grenadzie zaraza.

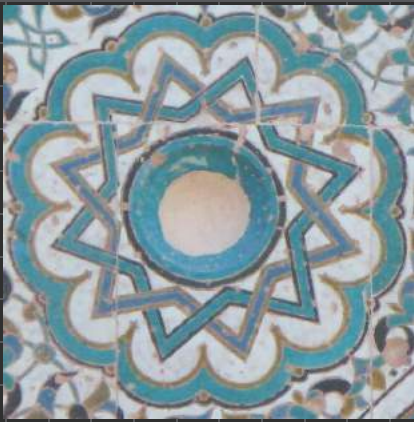
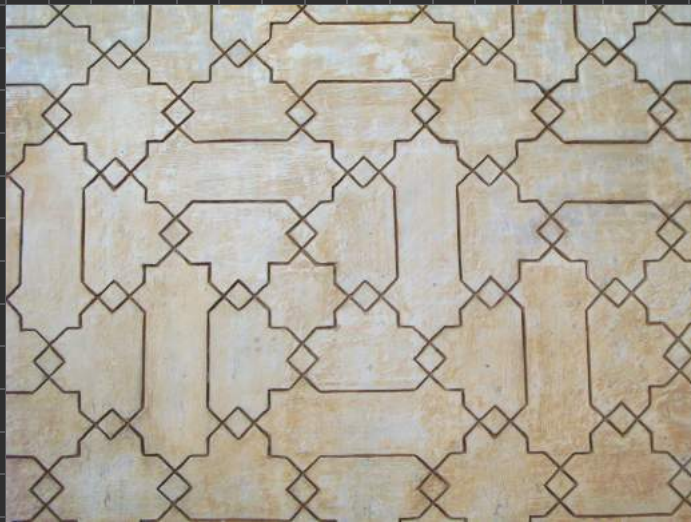
Broni się jeszcze z wież Alpuhary,
Almanzor z garstką rycerzy,
Hiszpan pod miastem zatknął
sztandary,
Jutro do szturm uderzy.



Początek XIII w





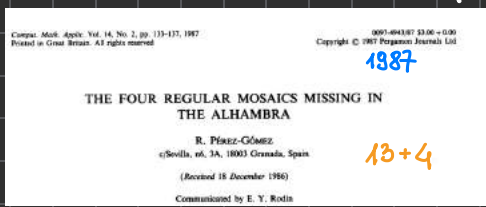


EDITH MÜLLER, 1944, „GRUPPENTHEORETISCHE UND STRUKTUR-ANALYTISCHE UNTERSUCHUNGEN DER MAURISCHEN ORNAMENTE

AUS DER ALHAMBRA IN GRANADA" praca doktorska

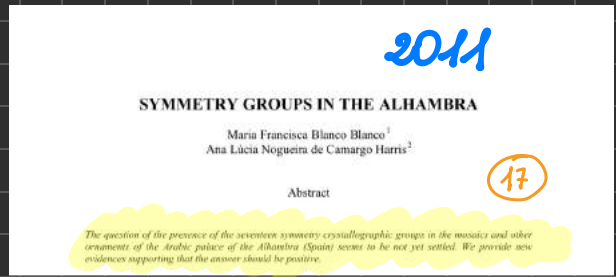
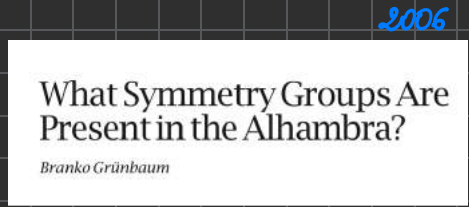
12

- o
- o
- o
- o

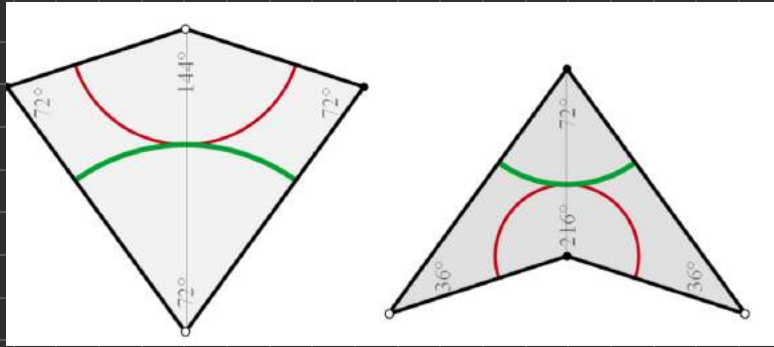


JOSÉ MARIA MONTESINOS, 1987, „CLASSICAL TESSELLATIONS AND THREE MANIFOLDS", SPRINGER, NEW YORK

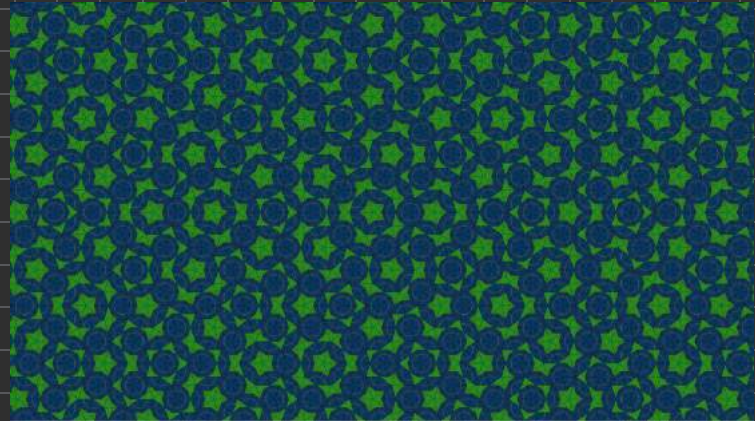
17



PARKIETAZ PENROSE'A



SIR ROGER PENROSE



KLUCZ DO OZNACZANIA WZORÓW

SĄ, ODBICIA

NIE MA ODBIĆ

BRAK SYMETRII OBROTOWEJ

SĄ, POSLIZGI

NIE MA POSLIZGÓW

SĄ, POSLIZGI

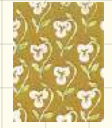
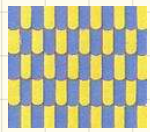
NIE MA POSLIZGÓW

C_m

p_m

p_g

p_1



PROSTOKĄTNE ODBICIA

2

TAK

NIE

SĄ, POSLIZGI

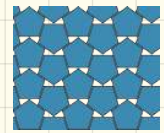
NIE MA POSLIZGÓW

ŚRODKI OBRÓTÓW POZA OSIAMI ODBIĆ

p_2m_g

p_2g

p_2



TAK
 C_2mm

NIE
 p_2mm



KLUCZ DO OZNACZANIA WZORÓW

SA ODBICIA

NIE MA ODBIĆ

SRODKI OBRÓTOW POZA OSIAMI
ODBIĆ

3

p3

TAK

NIE



p31m

p3m1



ODBICIA POD KĄTEM 45°

4

p4

TAK

NIE



p4m

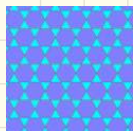
p4g



p6m

6

p6



NOTACJA KRYSALOGRAFICZNA

RODZAJ KOMÓRKI
PRYMITYWNA P
CENTROWANA C

ODBICIE m LUB POŚLIZG g WZGLĘDEM OSI PIERZOSTPADEJ DO BRZEGU KOMÓRKI

P 2 m g

RODZAJ SYMETRII
OBROTOWEJ

2 180°

3 120°

4 90°

6 60°

$$(360^\circ / m) = \alpha$$

ODBICIE m LUB POŚLIZG g WZGLĘDEM OSI NACHYLONEJ POD KĄTEM α WZGLĘDEM BRZEGU KOMÓRKI

p3m1 p31m
↑ ↑
brak brak

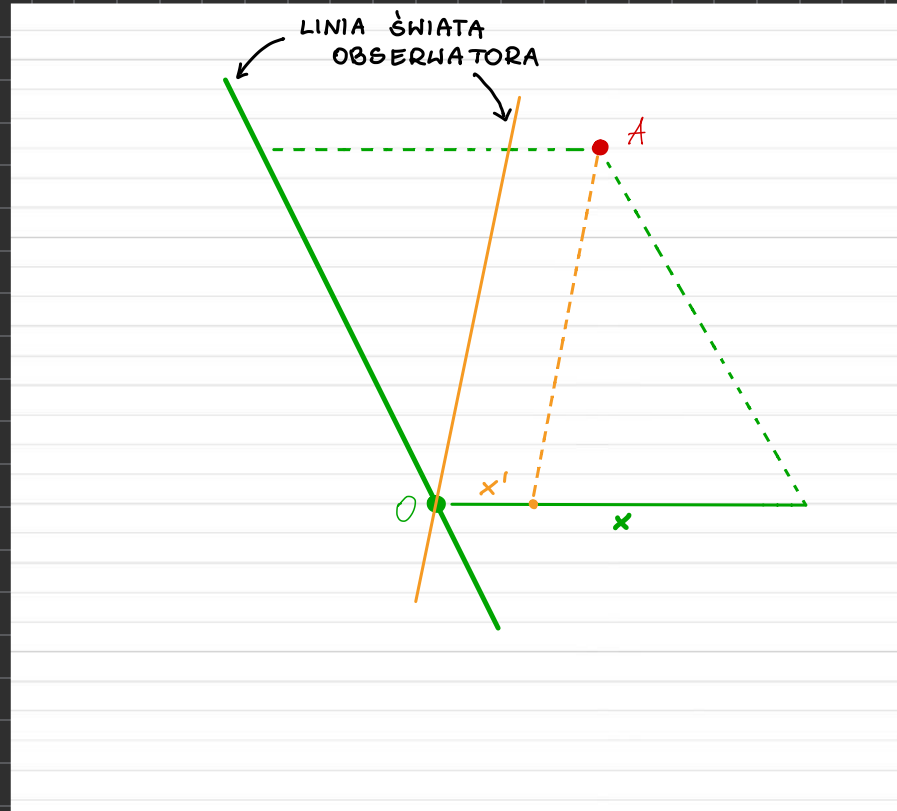
CZASOPRZESTRZEŃ WEDŁUG NEWTONA



IZAAK NEWTON
1643 - 1727

$$t' = t$$

$$x' = x - vt$$





JAMES CLERC MAXWELL
1831 - 1879

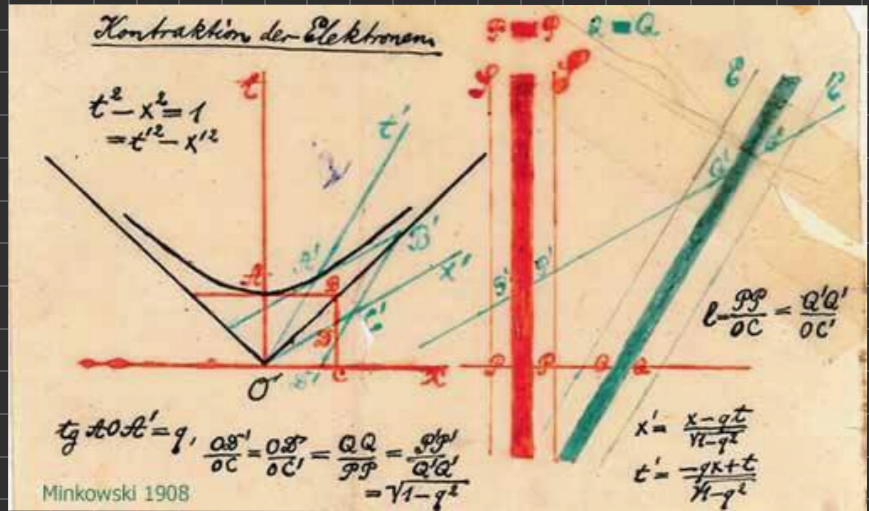
$$t' = \frac{t - \frac{v x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

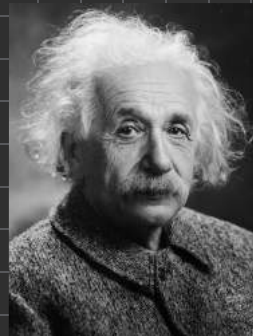


HENDRIK LORENTZ
1853 - 1928





HERMANN MINKOWSKI
 1864-1909



ALBERT EINSTEIN
 1879-1955



EMMY NOETHER
1882 - 1935

Twierdzenie Noether wyjaśnia
związek między symetriami
układu fizycznego
i zasadami zachowania.



KONIEC