



Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski



Od stanów skupienia materii do faz topologicznych – Nobel 2016

Maria Kamińska

Pokazy:

Mgr Urszula Dzienisiuk

Dr hab. Aneta Drabińska

Prof. Andrzej Wysmołek

Zapytaj fizyczkę, 19 stycznia 2017

Plan prezentacji:

1. Klasyczne fazy materii związane ze stanami skupienia i przejścia fazowe
2. Fazy magnetyczne
3. Fazy kwantowe (nadprzewodnictwo, nadciekłość)
4. Nowy rodzaj przejść fazowych z udziałem defektów topologicznych (1/2 Nagrody Nobla z fizyki 2016)
5. Nowy rodzaj faz – fazy topologiczne (1/2 Nagrody Nobla z fizyki 2016)

Naturalne podejście do świata: PORZĄDKOWANIE



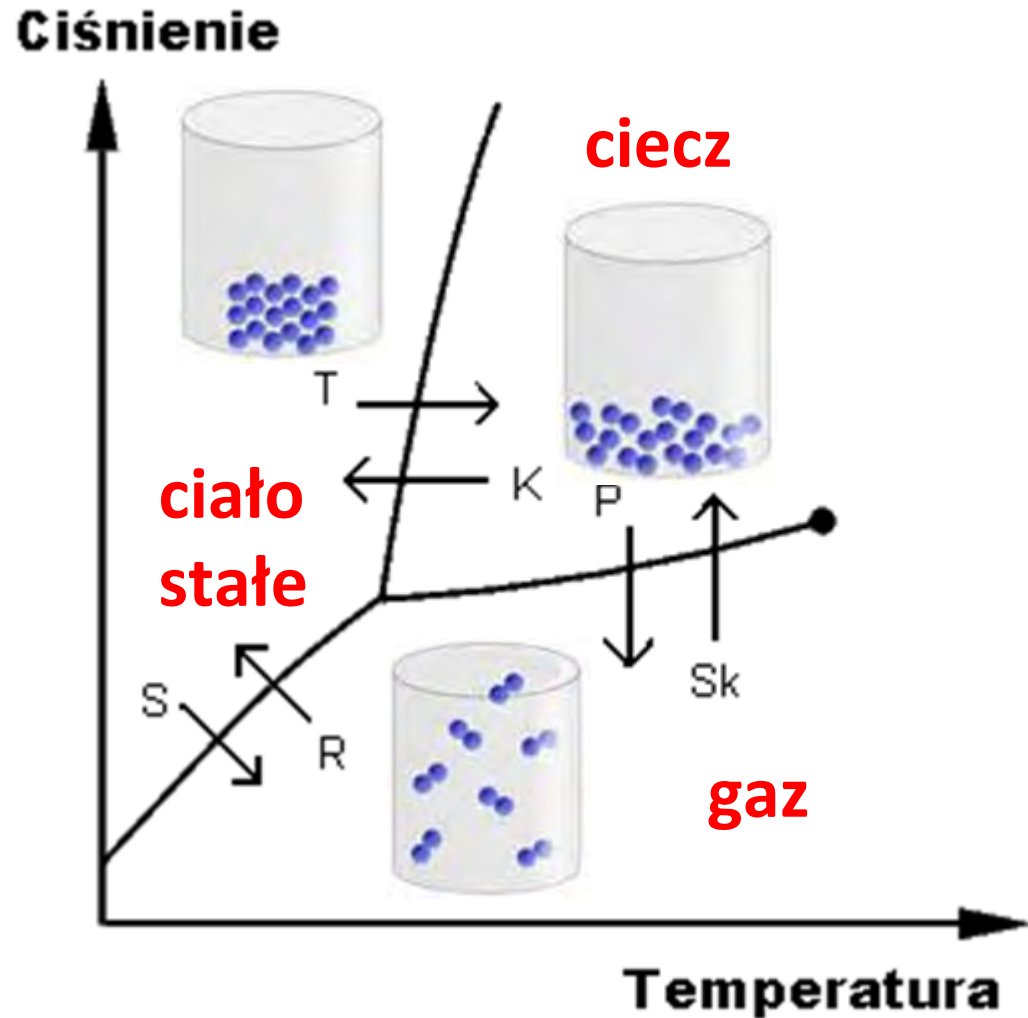
uporządkował Sebastian, lat 3

Faza – zbiór części układu termodynamicznego jednakowych pod względem właściwości fizycznych i chemicznych.

Dwie różne fazy w układzie mają różne fizyczne lub chemiczne charakterystyki (np. woda i lód) i są często mechanicznie separowalne od siebie (wyraźna granica).

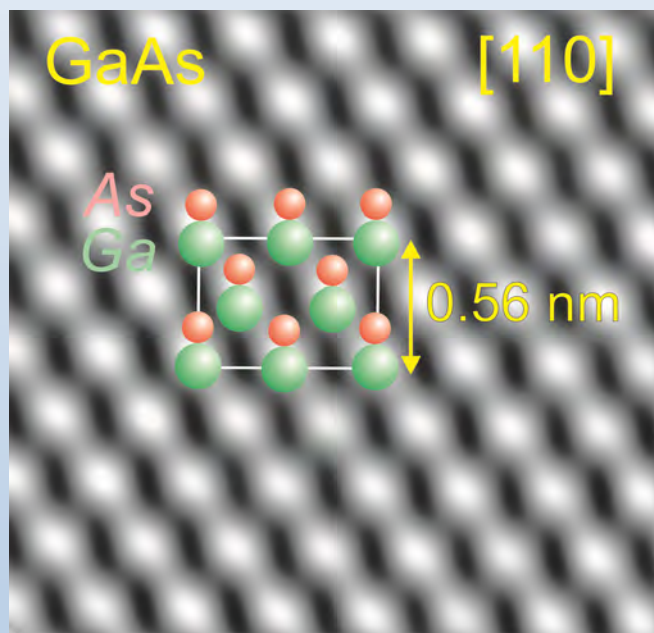
Klasyczny diagram fazowy

S – sublimacja
R – resublimacja
T – topnienie
K – krzepnięcie
P – parowanie, wrzenie
Sk – skraplanie

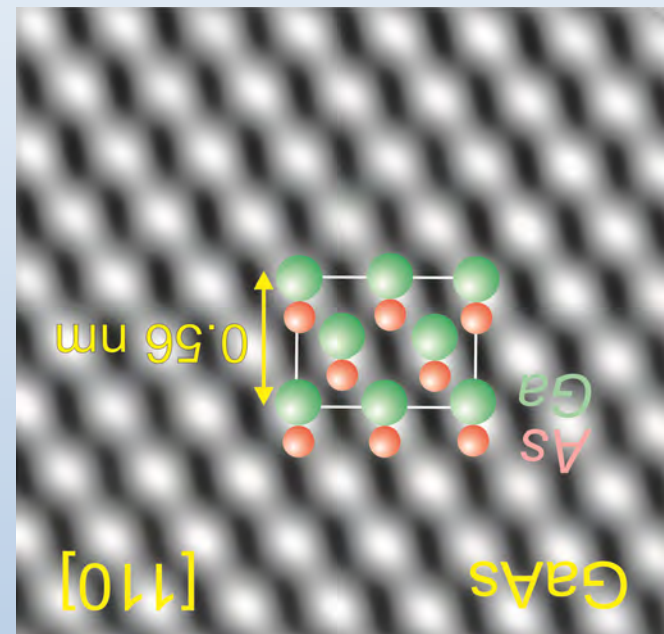
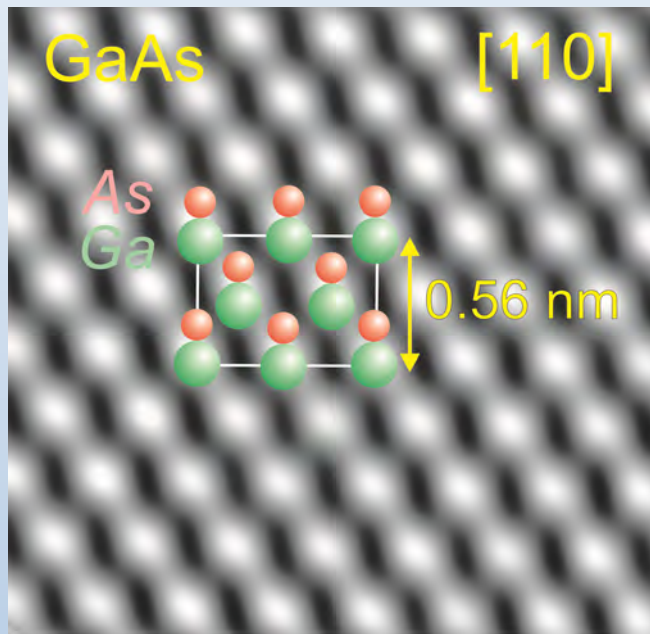


Faza – tutaj substancja w określonym stanie skupienia; posiadająca uniwersalne właściwości – nie zależne od składu atomowego.

W niższej temperaturze większe uporządkowanie
na poziomie atomowym!



W niższej temperaturze większe uporządkowanie na poziomie atomowym!





Krystalizacja mocznika
 $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$

Diagram fazowy wody

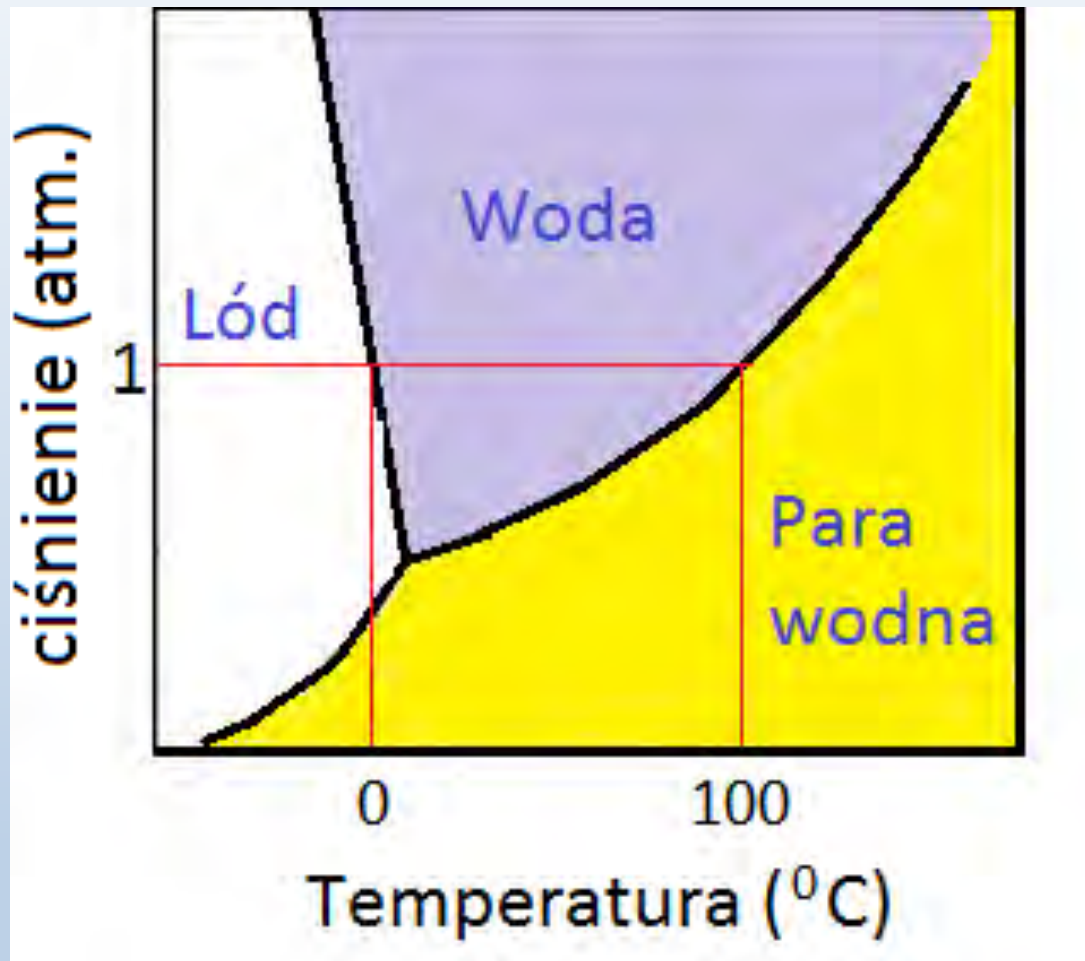


Diagram fazowy wody

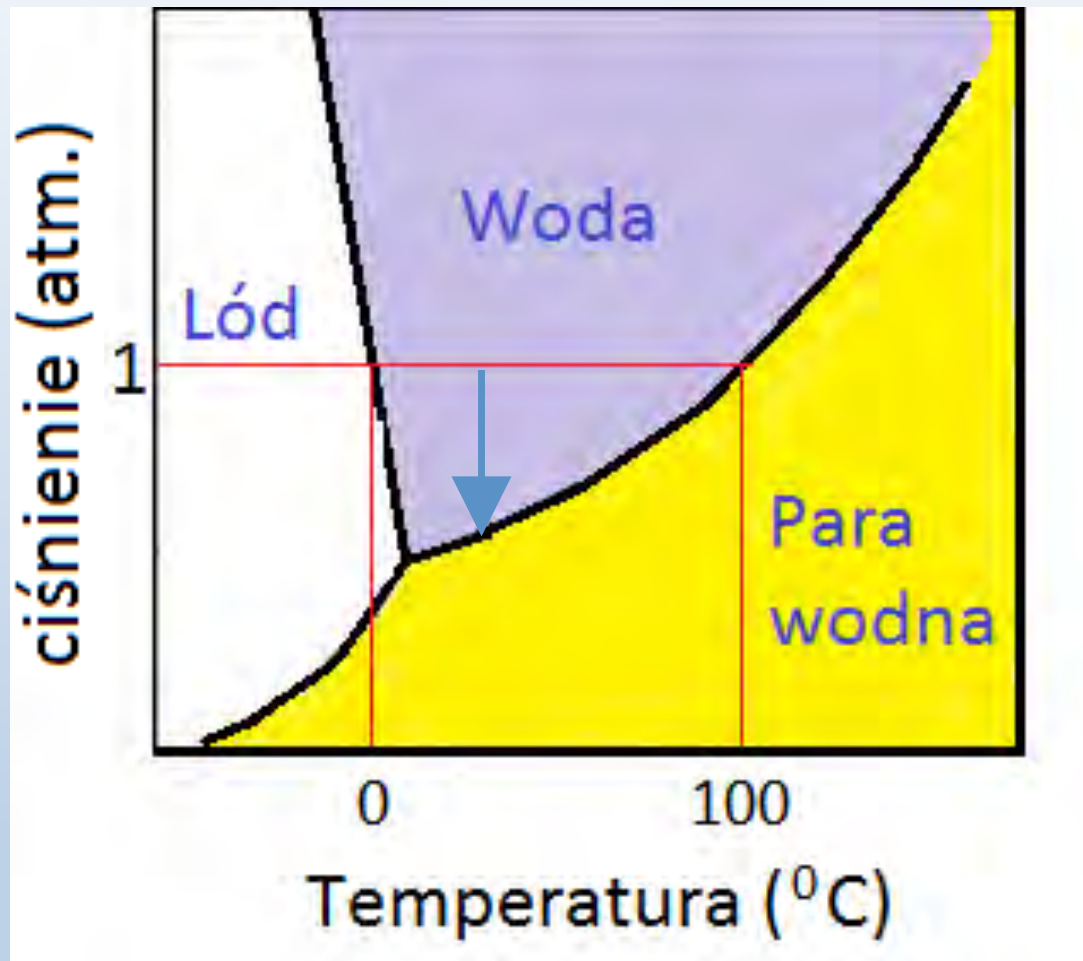
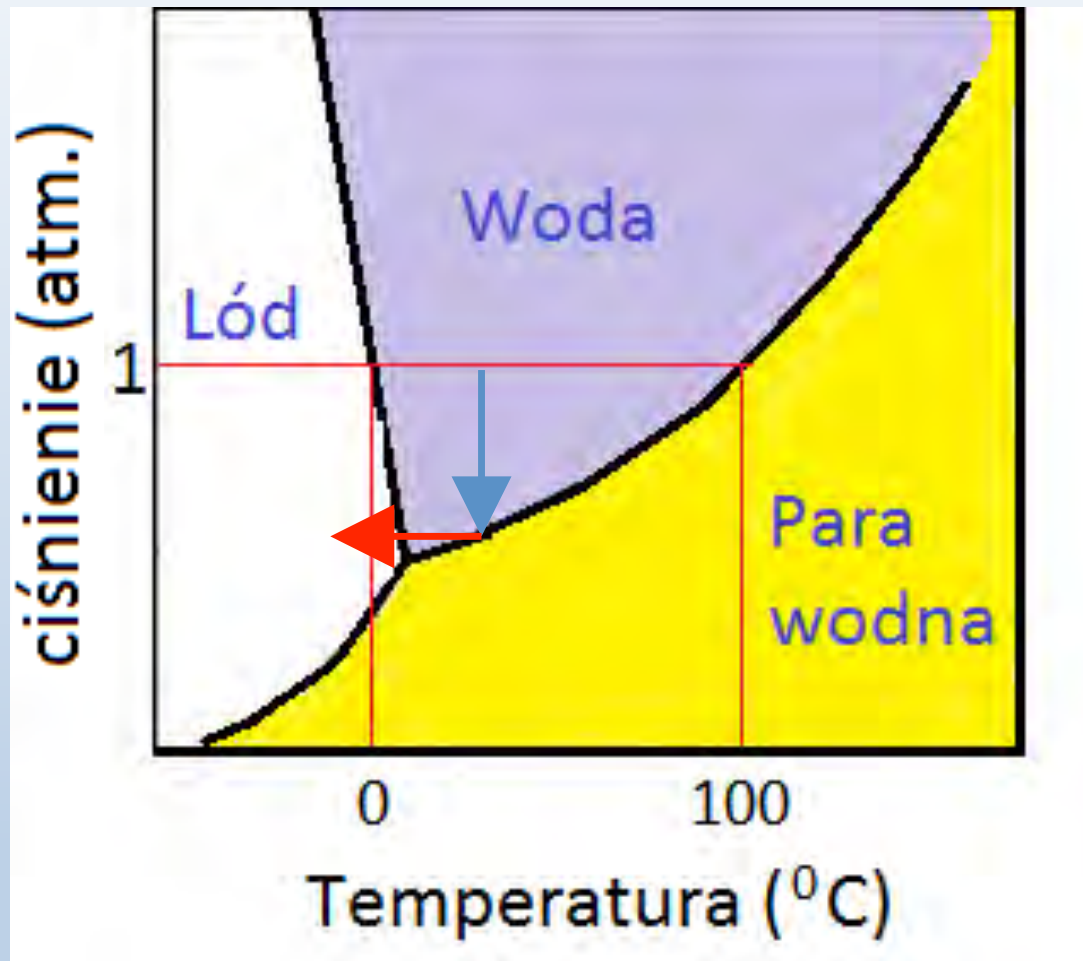
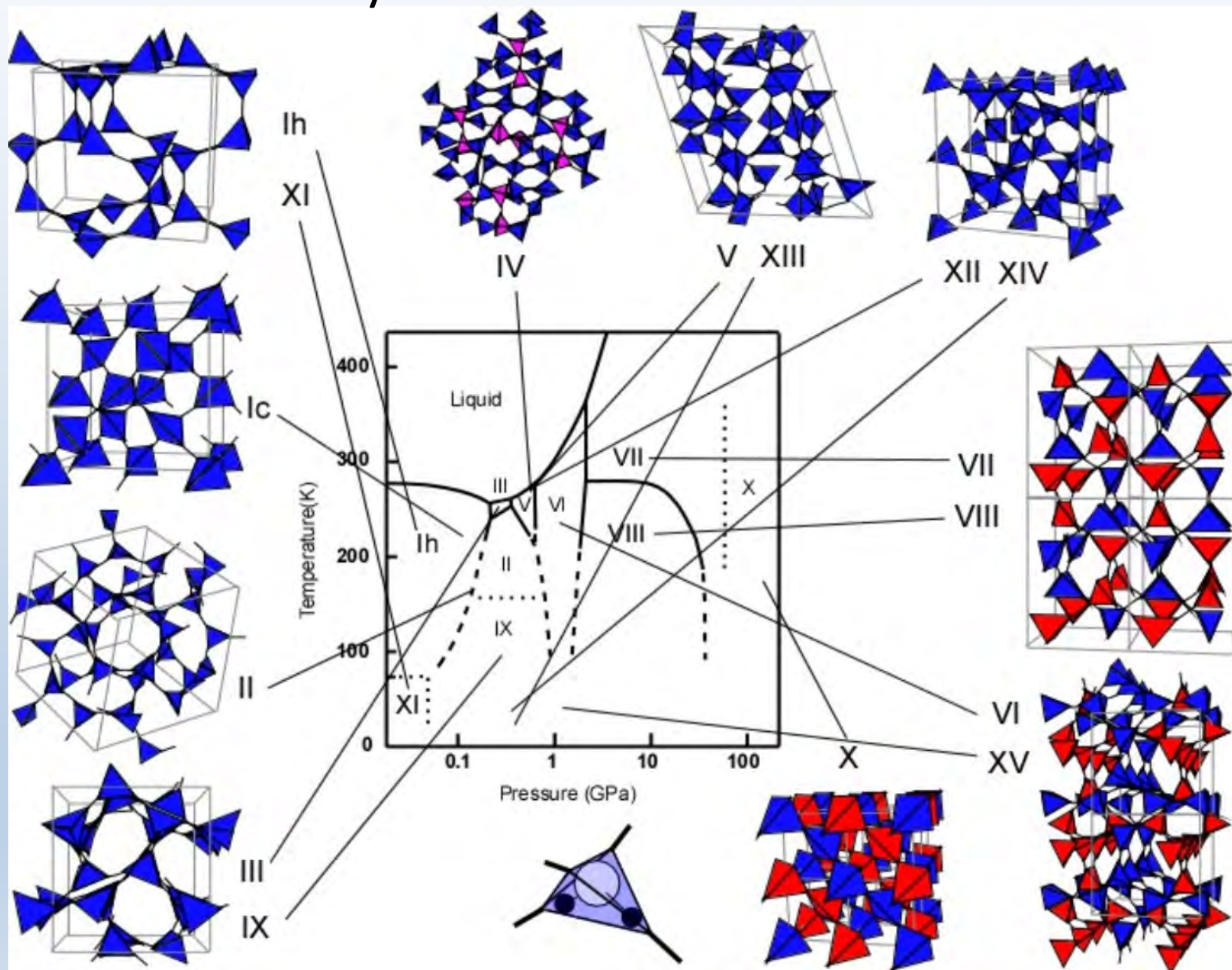


Diagram fazowy wody

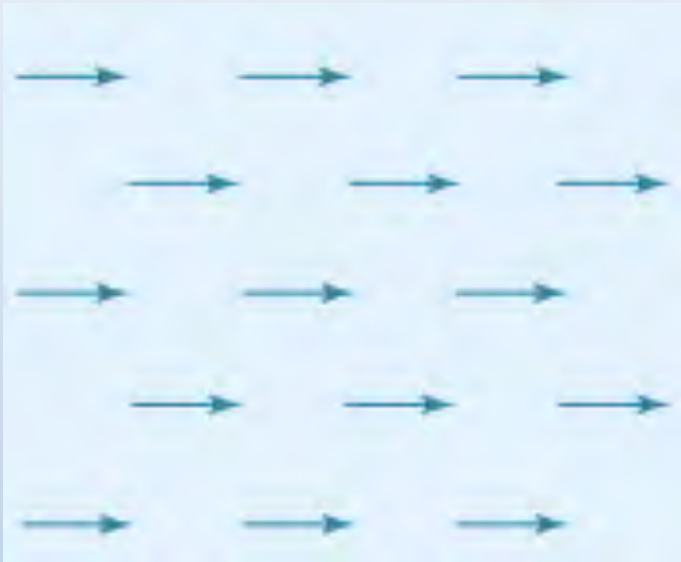


Aktualnie – wiemy o istnieniu 18 faz lodu!



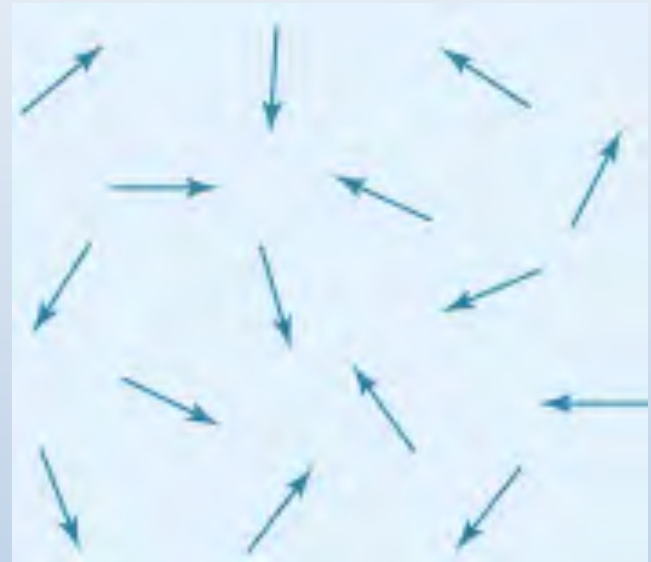
Magnetyczne przejścia fazowe

$$T < T_c$$



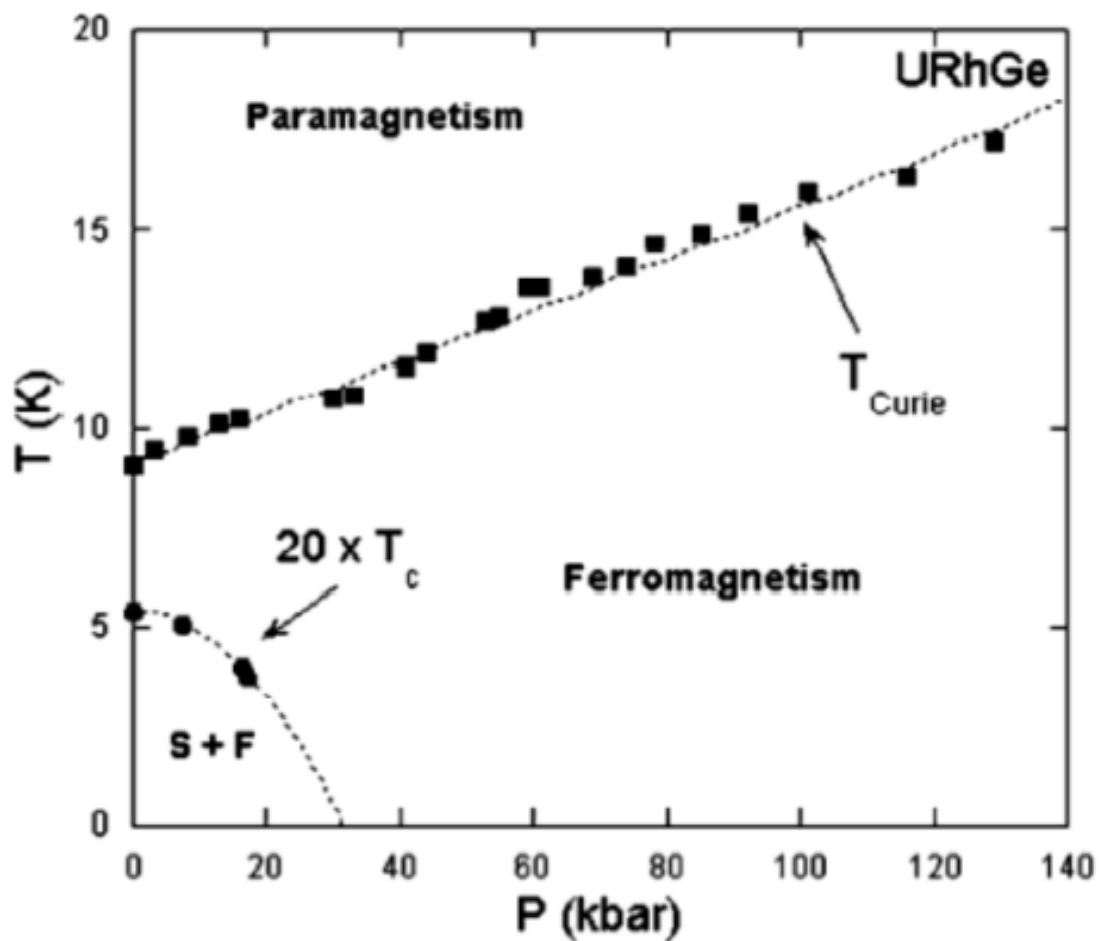
ferromagnetyk

$$T > T_c$$



paramagnetyk

W niższej temperaturze większe uporządkowanie na poziomie atomowym!



V.P.Mineev Commissariat a 'Energie Atomique,
France Landau Institute for Theoretical Physics,
Russia

Pokaz przejścia fazowego ferromagnetyk-paramagnetyk

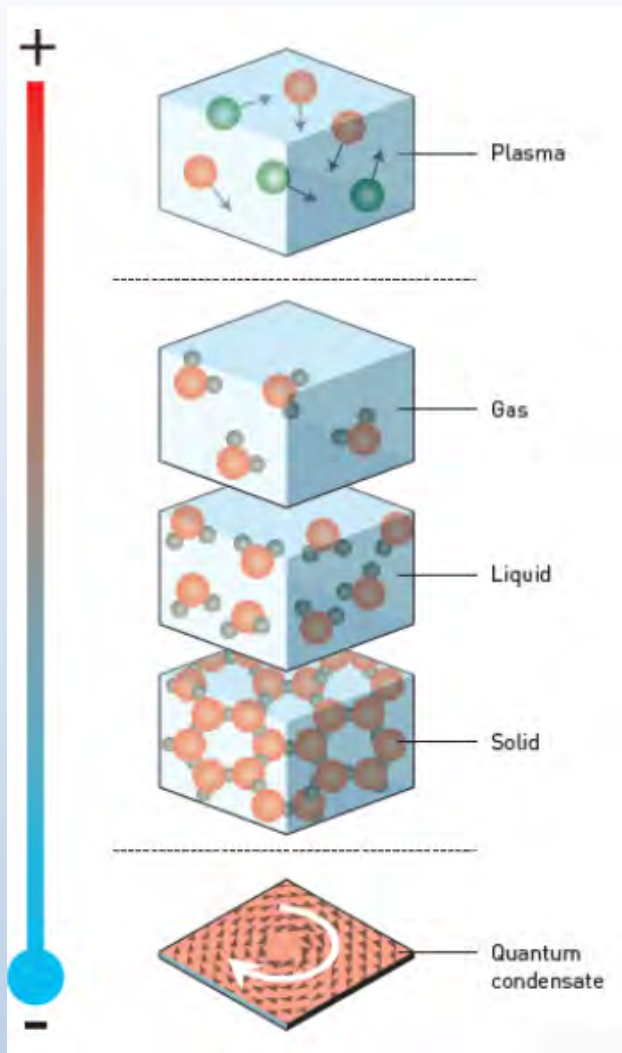
T_c

Ni 354°C

Fe 770°C

„Klasyczne” fazy materii:

- porządkują materię ponad chemicznym podziałem materiałów
- fazy bardziej uporządkowane są w niższej temperaturze – poniżej pewnej temperatury krytycznej (topnienia, Curie)
- związane są z łamaniem symetrii ciągłej



Nowe fazy kwantowe:
w niskich temperaturach
makroskopowe efekty
wynikające z oddziaływań
kwantowych i korelacji:

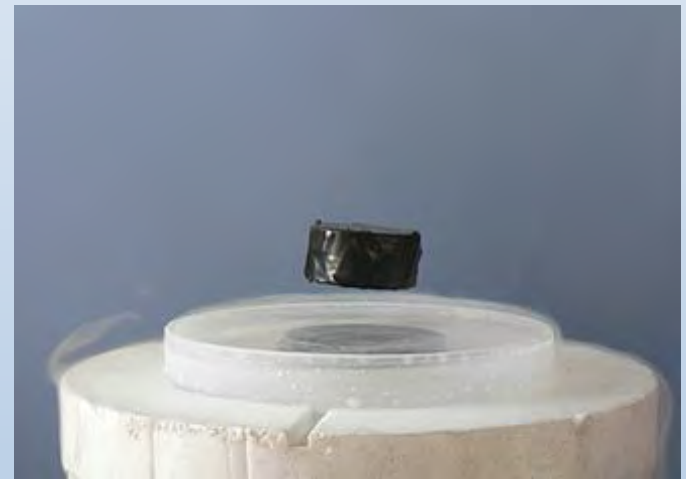
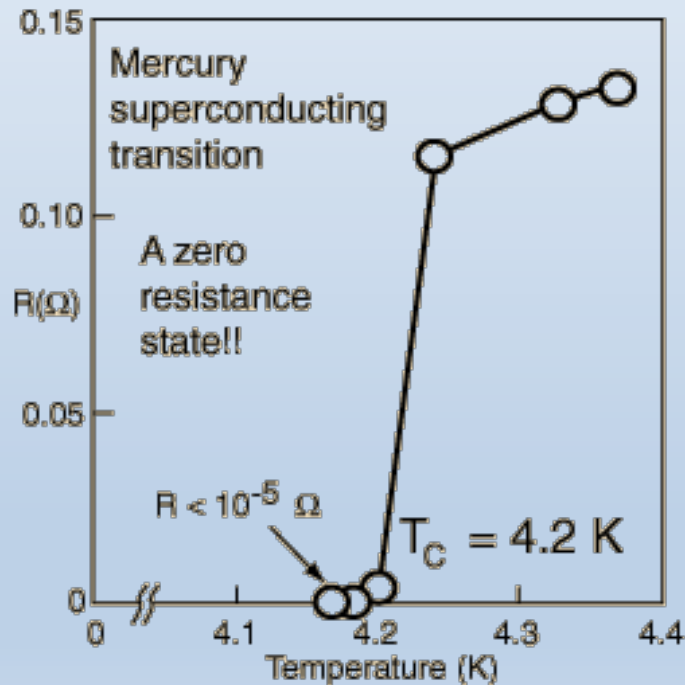
w metalach (nadprzewodnictwo)
i
w ciekłym helu (nadciekłość)

**Kondensacja gazu bozonów –
kondensat Bose’go Eisteina**

Nadprzewodnictwo

Nadprzewodnictwo - cecha przewodnika elektrycznego, polegająca na tym, że w pewnych warunkach ma on **zerowy opór elektryczny**.

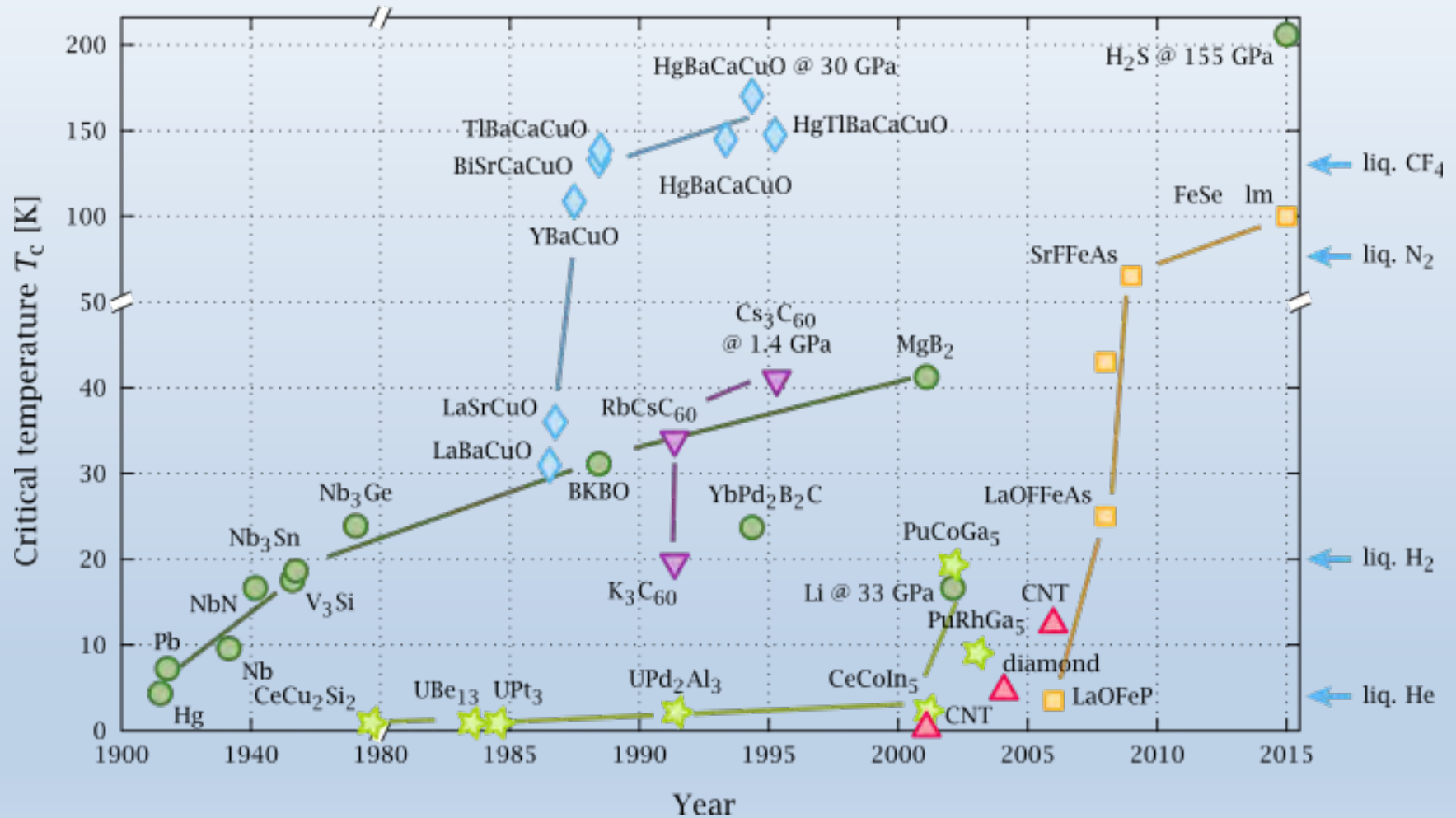
Efekt Meissnera - wypychanie pola magnetycznego z nadprzewodnika; właściwość nadprzewodników.



Namagnesowany przedmiot lewituje nad nadprzewodnikiem schłodzonym do $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$

Heike Kamerlingh Onnes, Commun. Phys. Lab.12,120, (1911)

Nadprzewodniki

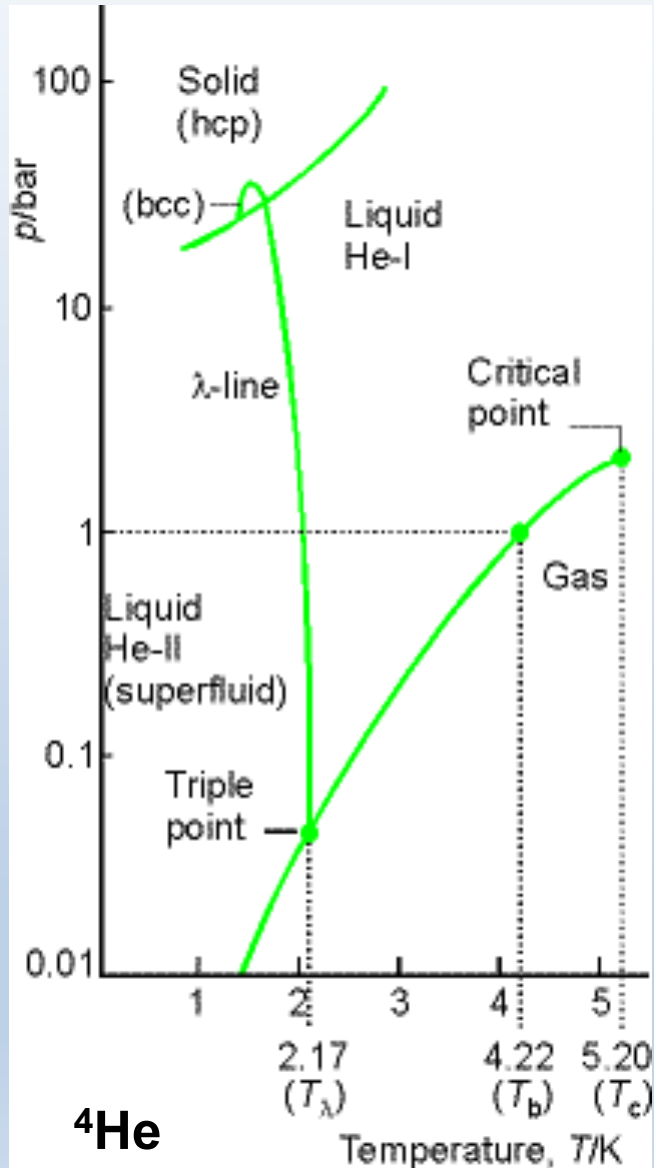


Nadciekłość

Piotr Kapica, 1937r.

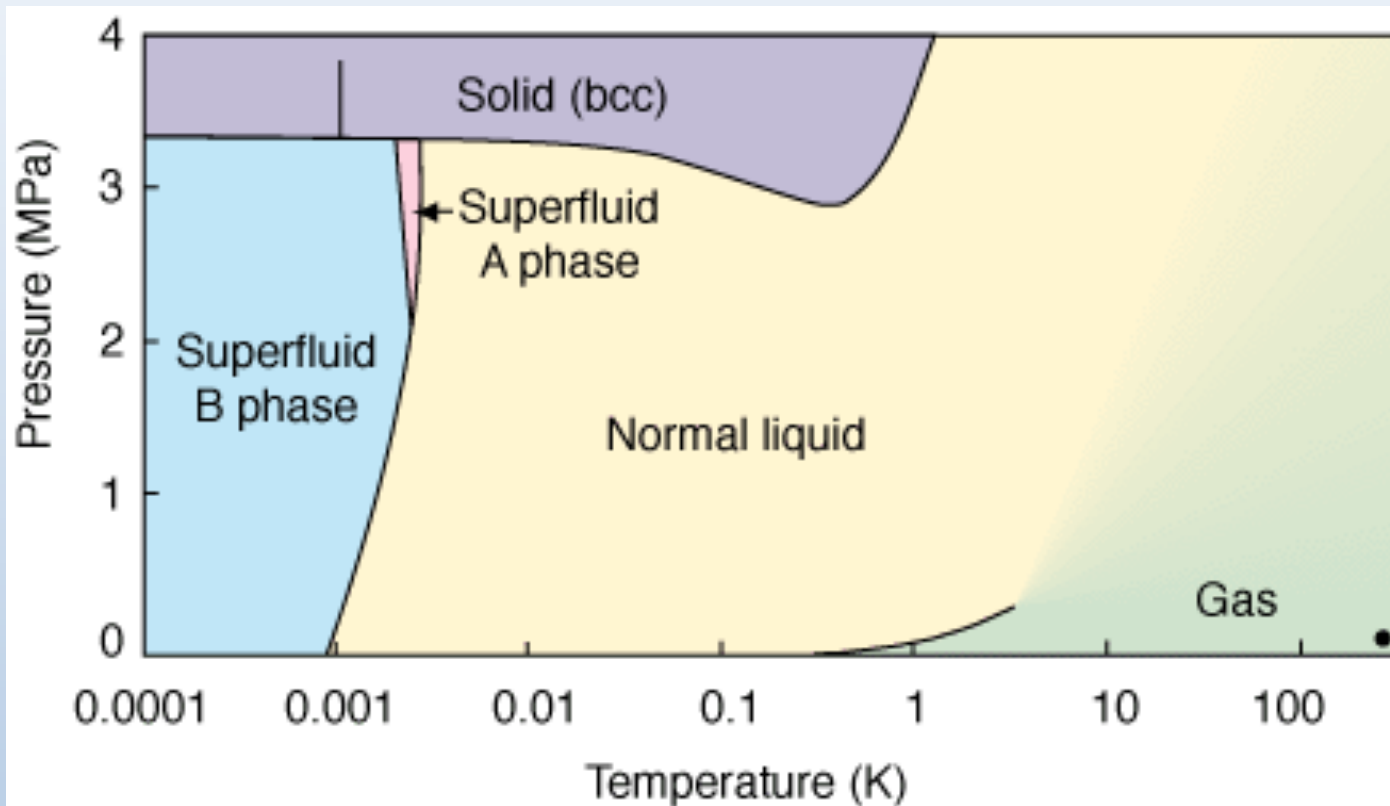
HeI ⁴He

- Faza stała i gazowa nigdy nie pozostają w równowadze
- Brak fazy stałej w ciśnieniu normalnym, nawet w najniższych temperaturach
- przejście fazowe ciecz-ciecz wzdłuż linii λ
- He-I zwykła ciecz
- He-II faza nadciekła, przepływ bez lepkości



$$T_{\lambda} = 2.17 K \quad p_{\lambda} = 0.05 \cdot 10^5 Pa$$

Nadciekłość



Hel ^3He

The Nobel Prize in Physics 2016

"for theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter".



© Trinity Hall, Cambridge University. Photo: Kiloran Howard

David J. Thouless

1/2 of the prize

Born: 21 September 1934,
Bearsden, United Kingdom

Affiliation at the time of the award: University of Washington, Seattle, WA, USA



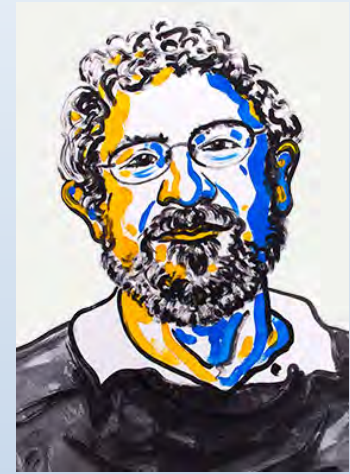
Photo: Princeton University, Comms. Office, D. Applewhite

F. Duncan M. Haldane

1/4 of the prize

Born: 14 September 1951,
London, United Kingdom

Affiliation at the time of the award: Princeton University, Princeton, NJ, USA



Ill: N. Elmehed. © Nobel Media 2016

J. Michael Kosterlitz

1/4 of the prize

Born: 22 June 1943,
Aberdeen, United Kingdom

Affiliation at the time of the award: Brown University, Providence, RI, USA

The Nobel Prize in Physics 2016

"for theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter".



Ill: N. Elmehed. © Nobel Media 2016

J. Michael Kosterlitz

1/4 of the prize



© Trinity Hall, Cambridge University. Photo: Kiloran Howard

David J. Thouless

1/4 of the prize



© Trinity Hall, Cambridge University. Photo: Kiloran Howard

David J. Thouless

1/4 of the prize

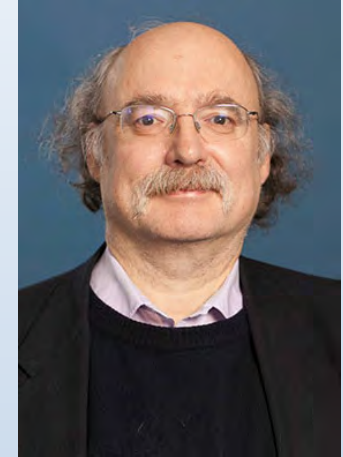


Photo: Princeton University, Comms. Office, D. Applewhite

F. Duncan M. Haldane

1/4 of the prize

Topologiczne przejścia fazowe

Topologiczne fazy materii

Nobliści byli pierwszymi, którzy połączyli dwa światy:

- **materii**, będącej przedmiotem badań fizyki
- i
- **topologii**, będącej działem matematyki.

Nobliści zdali sobie sprawę, że istnieją inne niż tradycyjne przejścia fazowe:

- **związane z defektami topologicznymi**

oraz inne niż tradycyjne fazy materii

- **fazy topologiczne.**

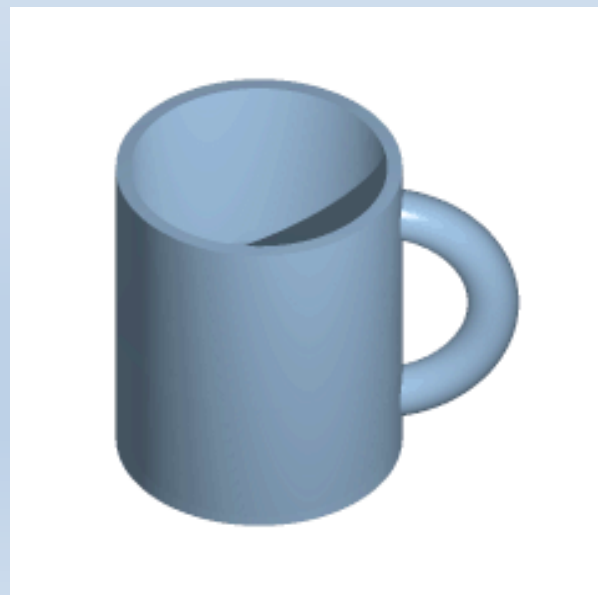
Spowodowało to lawinę prac doświadczalnych i teoretycznych

- ta lawina ciągle płynie bardzo wartkim strumieniem.

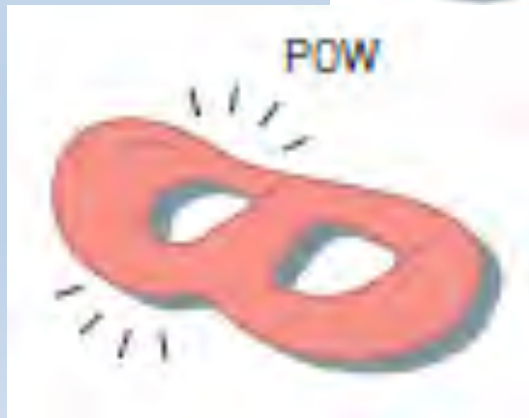
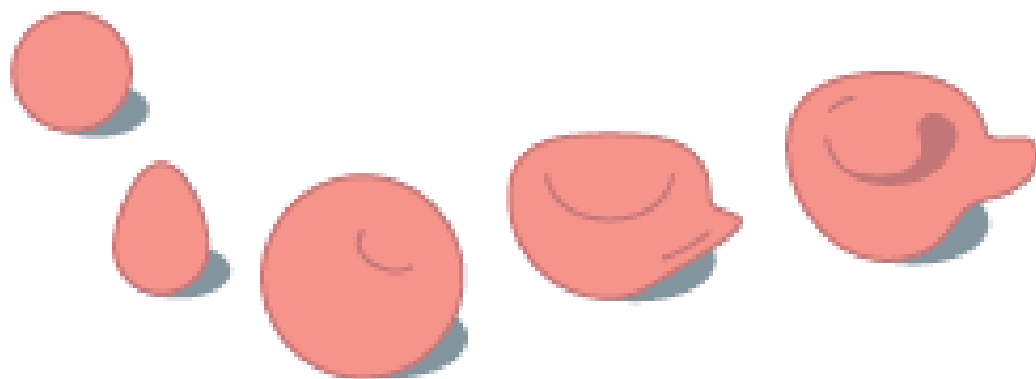
Topologia jest działem matematyki; zajmuje się właściwościami obiektów, które są zachowane w deformacjach ciągłych (takich jak wyciąganie, zginanie, ale nie rozcinanie, czy sklejanie). Tym własnościom przypisuje się niezmiennik topologiczny – wielkość, która zostaje zachowana w deformacjach ciągłych, np. liczba otworów.

Topologia jest działem matematyki; zajmuje się właściwościami obiektów, które są zachowane w deformacjach ciągłych (takich jak wyciąganie, zginanie, ale nie rozcinanie, czy sklejanie). Tym własnościom przypisuje się niezmiennik topologiczny – wielkość, która zostaje zachowana w deformacjach ciągłych, np. liczba otworów.

Topolog to osoba, która nie odróżnia kubka do kawy od obwarzanka („oponki”)!
- równoważne kształty topologicznie

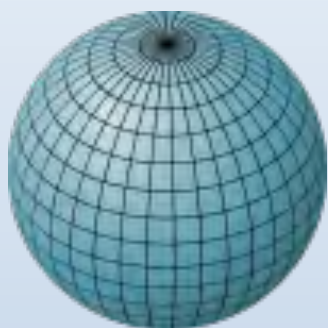


Topologiczne klasy równoważności



z wykorzystaniem:

http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2016/popular-physicsprize2016.pdf



0



1



2



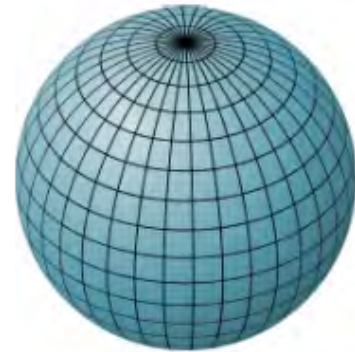
3

Wzór Gauss'a-Bonnet'a:

$$2 - 2g = \frac{1}{2\pi} \int_M K dA$$

np. sfera o promieniu R:

$$K = \frac{1}{R^2}, \quad dA = R^2 d\Omega,$$
$$\chi = 2, \quad g = 0$$



Ważne są właściwości całego obiektu!

½ Nagrody Nobla:

Przejścia fazowe z udziałem defektów topologicznych

Michael Kosterlitz, David Thouless

Fazy o kwantowym uporządkowaniu długozasięgowym (kryształy, magnetyzm, nadprzewodnictwo, nadciekłość) znane są od zeszłego stulecia, ale w układach 3D.

Powyżej fluktuacje termiczne niszczą uporządkowanie, w temperaturze krytycznej następuje spontaniczne złamanie symetrii ciągłej.

1966r. teoria N. Mermin'a i H. Wagnera – symetria ciągła nie może być spontanicznie złamana w skończonej temperaturze ($T > 0$) w układach 1D i 2D – interpretowano to jako niemożliwość istnienia przejść fazowych w układzie 2D.

ABSENCE OF FERROMAGNETISM OR ANTIFERROMAGNETISM IN ONE- OR TWO-DIMENSIONAL ISOTROPIC HEISENBERG MODELS*

N. D. Mermin[†] and H. Wagner[‡]

Laboratory of Atomic and Solid State Physics, Cornell University, Ithaca, New York

(Received 17 October 1966)

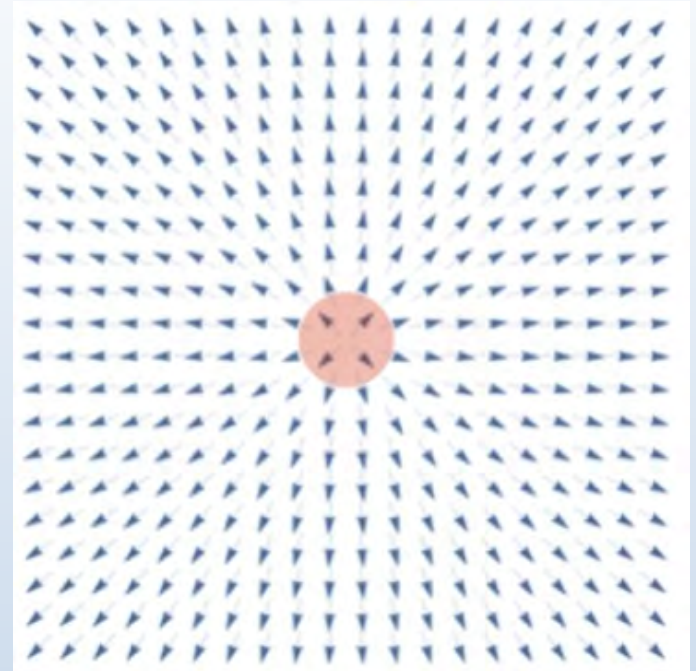
It is rigorously proved that at any nonzero temperature, a one- or two-dimensional isotropic spin- S Heisenberg model with finite-range exchange interaction can be neither ferromagnetic nor antiferromagnetic. The method of proof is capable of excluding a variety of types of ordering in one and two dimensions.

Przejścia fazowe z udziałem defektów topologicznych:

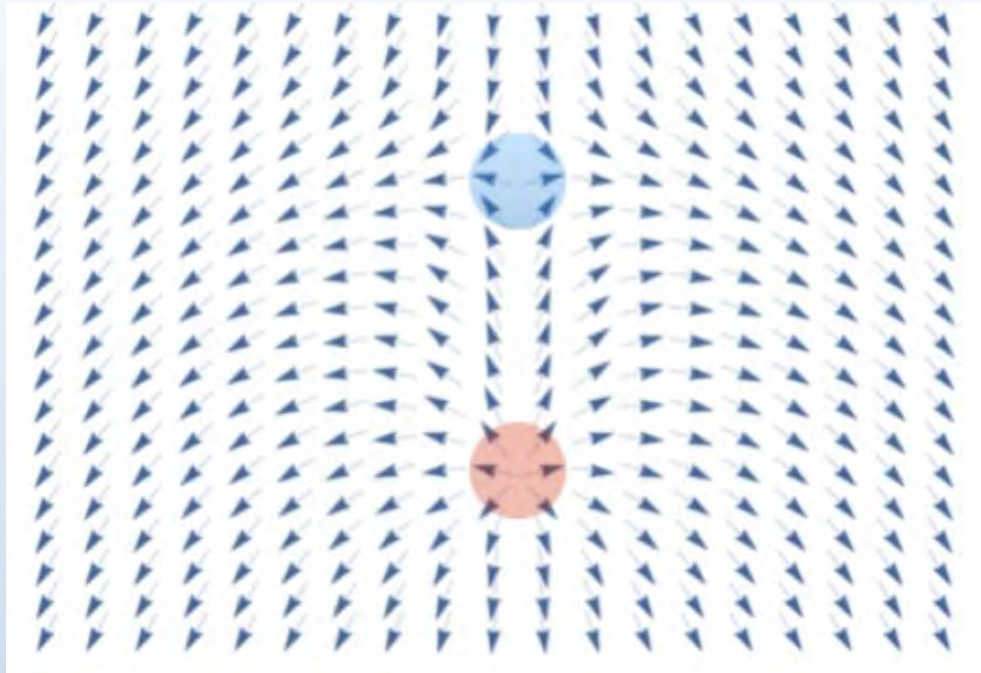
Michael Kosterlitz, David Thouless

Kosterlitz i Thouless pokazali, że może być inna natura przejścia fazowego (przejście Kosterlitz-Thoulessa) – nie przez spontaniczne łamanie symetrii układu.

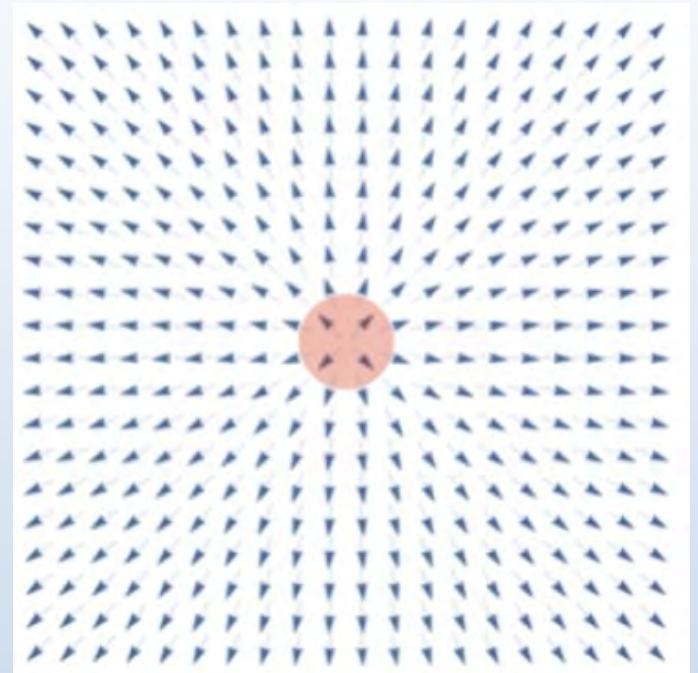
Wir – defekt topologiczny, który nie może być przetransformowany do stanu, w którym wszystkie wektory (strzałki) są równoległe przez ciągłą rotację tych wektorów.



wir

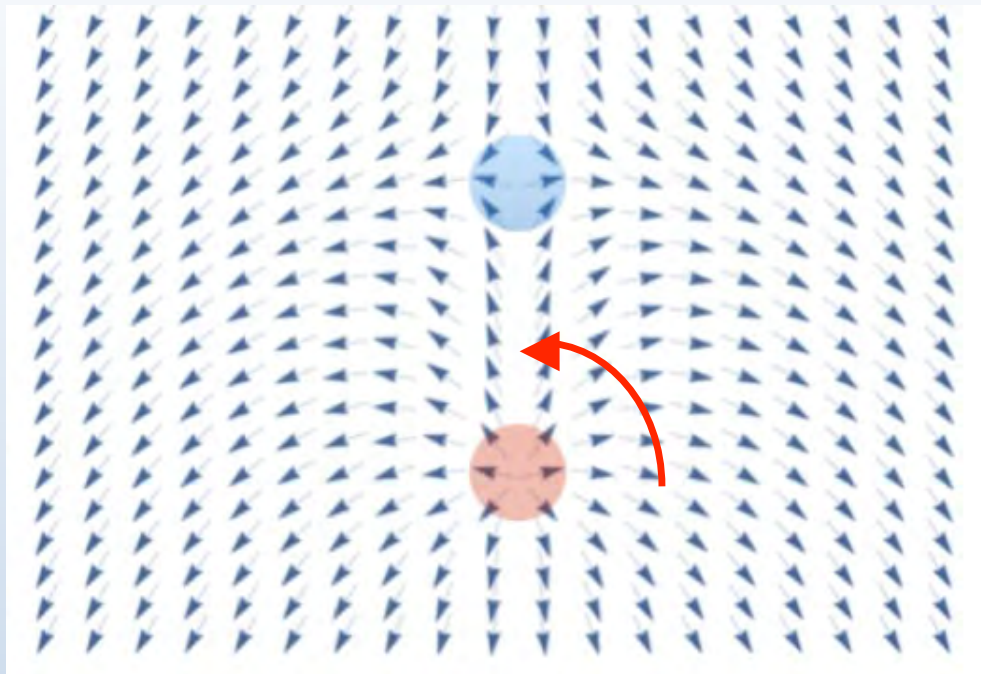


para wir-antywir

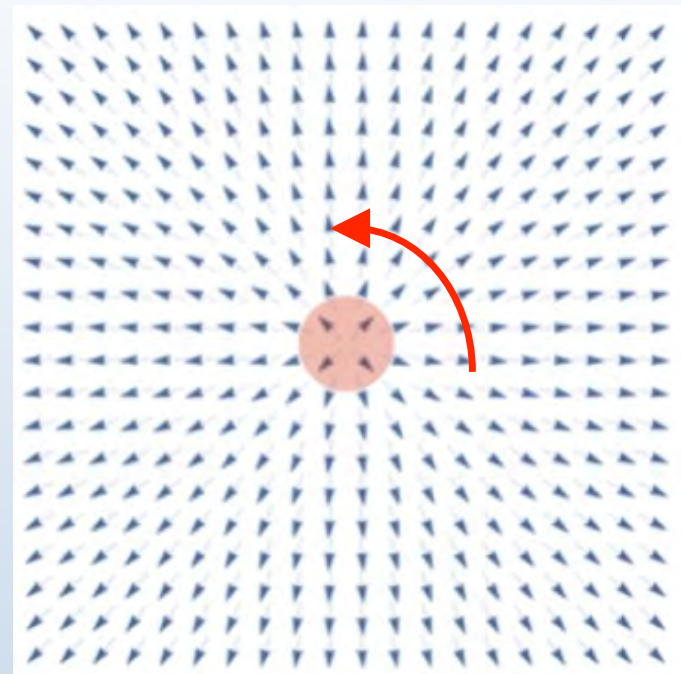


wir

Dla wiru i antywiru strzałki obracają się w przeciwnych kierunkach na zaznaczonych konturach

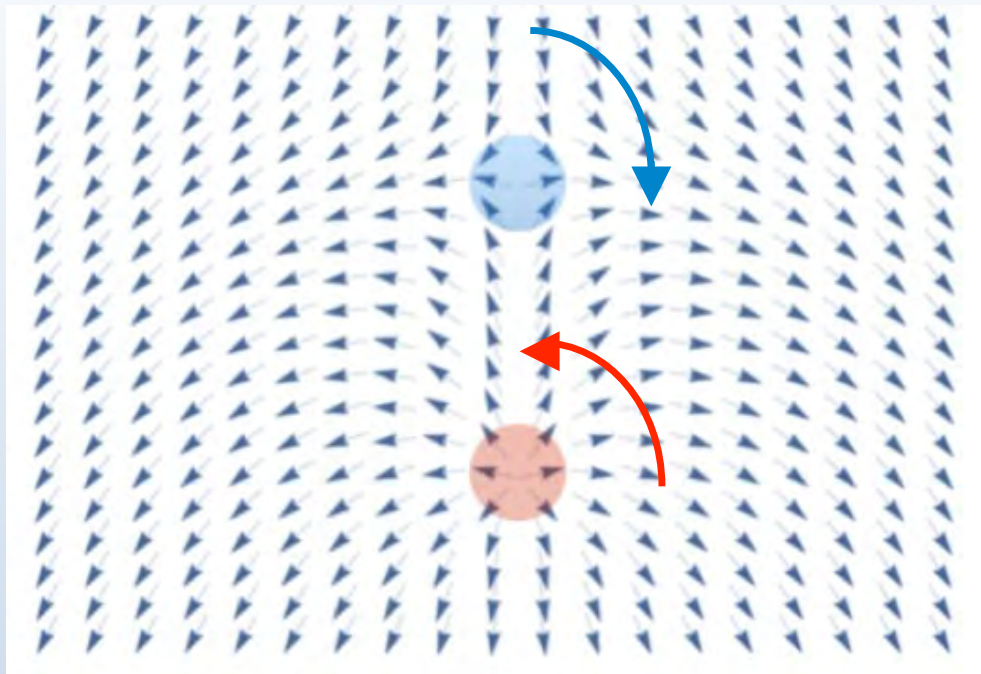


para wir-antywir

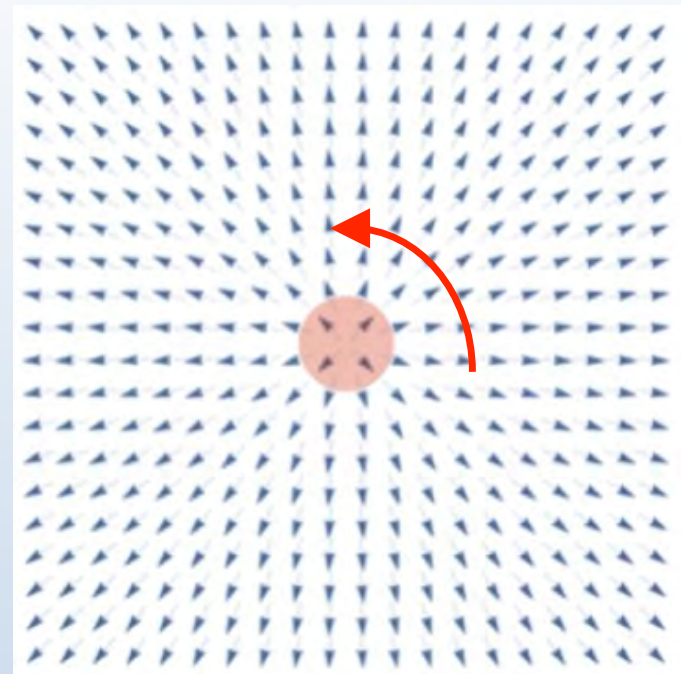


wir

Dla wiru i antywiru strzałki obracają się w przeciwnych kierunkach



para wir-antywir



wir

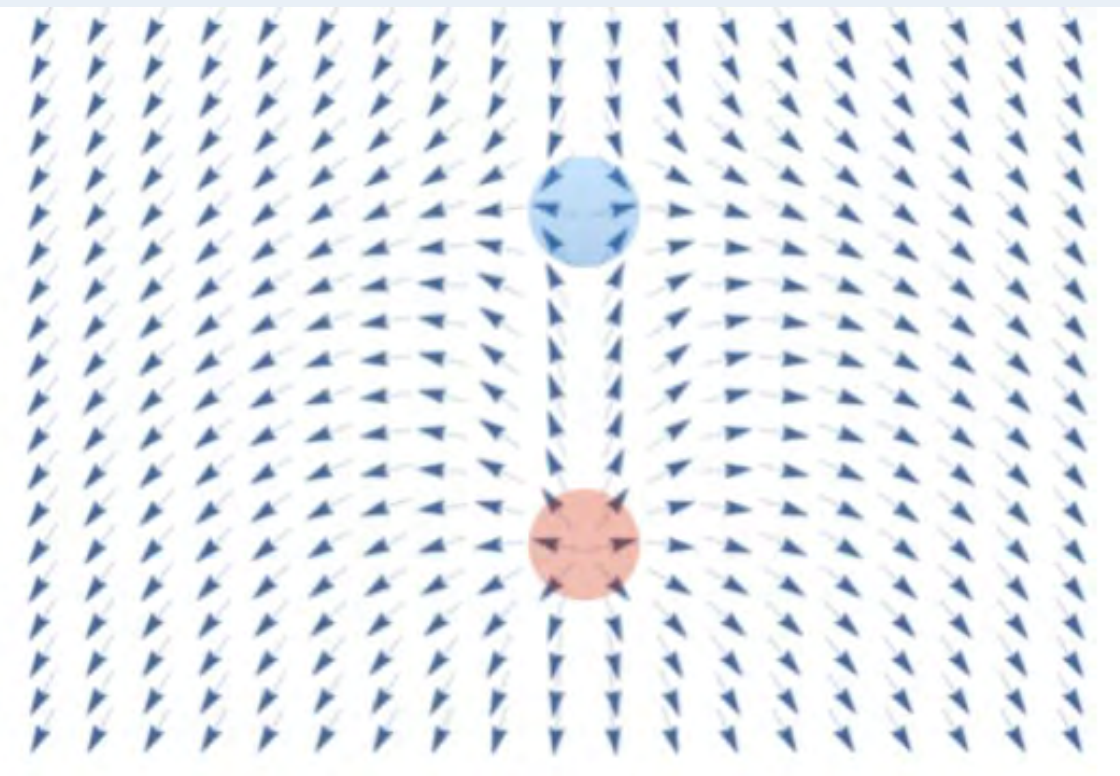
Dla wiru i antywiru strzałki obracają się w przeciwnych kierunkach

Przejścia fazowe z udziałem defektów topologicznych:

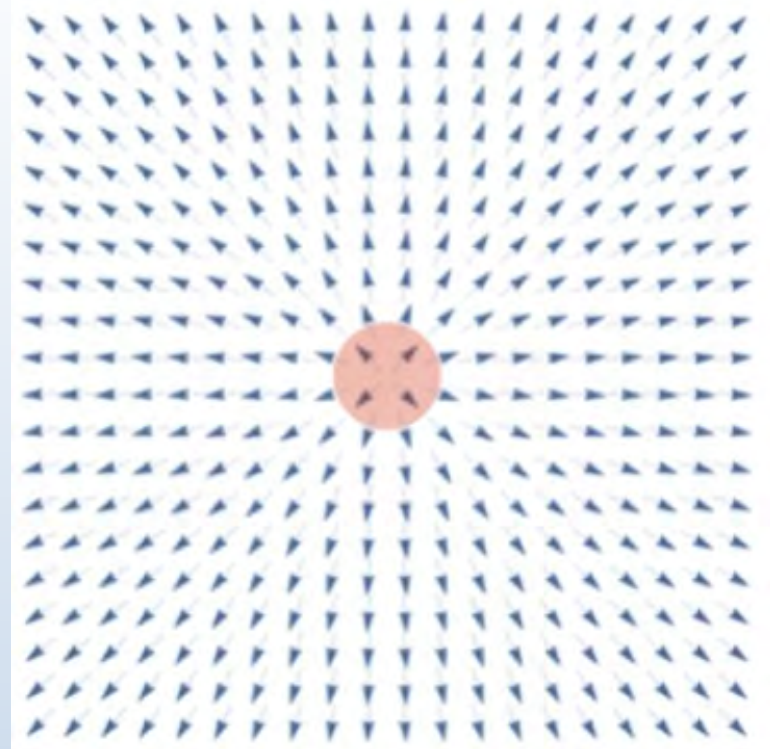
Michael Kosterlitz, David Thouless

Kosterlitz i Thouless pokazali, że może być inna natura przejścia fazowego (przejście Kosterlitz-Thoulessa) – nie przez spontaniczne łamanie symetrii układu.

Defekty topologiczne: wiry i antywiry związane ze sobą w niskiej temperaturze (stan kwasi-uporządkowany lokalnie) ze wzrostem temperatury separują się, ich liczba rośnie i to powoduje przejścia ze stanu kwasi-uporządkowanego do stanu nieuporządkowanego.



para wir-antywir



wir

Pary wir-antywir obecne są w fazie kwasi-uporządkowanej;
wiry są w fazie nieuporządkowanej

Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems

J M Kosterlitz and D J Thouless

Department of Mathematical Physics, University of Birmingham, Birmingham B15 2TT, UK

Abstract. A new definition of order called topological order is proposed for two-dimensional systems in which no long-range order of the conventional type exists. The possibility of a phase transition characterized by a change in the response of the system to an external perturbation is discussed in the context of a mean field type of approximation. The critical behaviour found in this model displays very weak singularities. The application of these ideas to the xy model of magnetism, the solid-liquid transition, and the neutral superfluid are discussed. This type of phase transition cannot occur in a superconductor nor in a Heisenberg ferromagnet, for reasons that are given.

Study of the Superfluid Transition in Two-Dimensional ^4He Films

D. J. Bishop and J. D. Reppy

*Laboratory of Atomic and Solid State Physics, and Materials Science Center,
Cornell University, Ithaca, New York 14853*

(Received 20 April 1978)

p. 1727

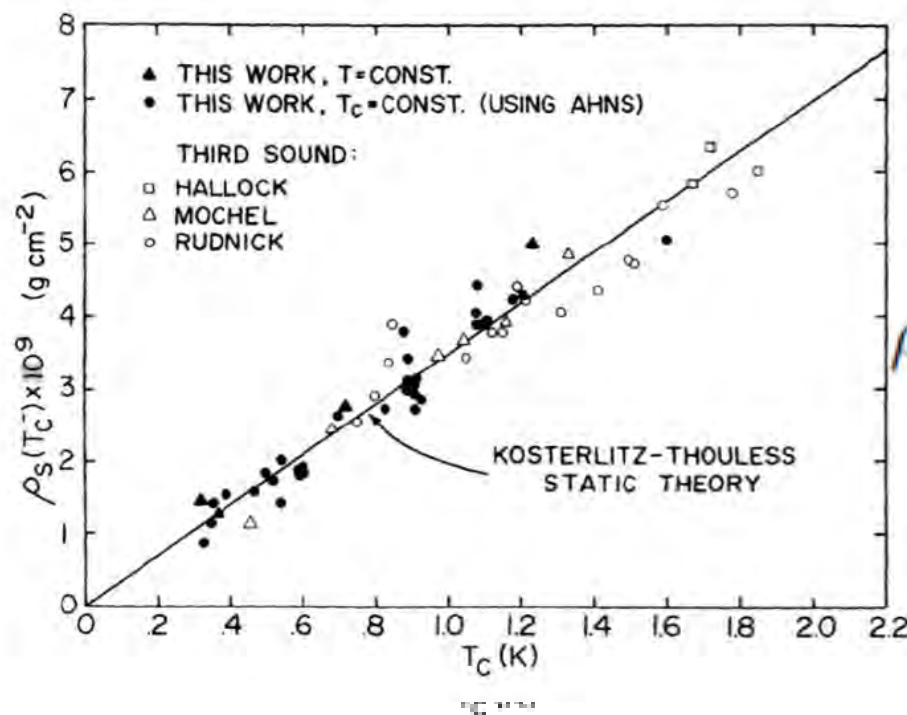


FIG. 3. Results of all of our data, in addition to previous third-sound results for the discontinuous superfluid density jump $\rho_s(T_c^-)$ as a function of temperature. The solid line is the Kosterlitz-Thouless (Refs. 3 and 4) static theory.

$$\rho(T_c) = T_c \frac{2}{\pi} \frac{m^2 k_B}{\hbar^2}$$

Gęstość nadcieczy w temperaturze krytycznej i temperatura krytyczna zależą liniowo tylko przez fundamentalne stałe fizyczne.

Review

Kosterlitz–Thouless physics: a review of key issues

J Michael Kosterlitz

1. Introduction

From my point of view, the discovery of defect mediated phase transitions started in 1970 when I was a postdoc in high energy physics at the Istituto di Fisica Teorica of Torino University in Italy. I was, and still am, a disorganized person with a tendency to wait until the last possible moment or even later to do something important like submitting a job application. Consequently, in September 1970, I found myself in the Department of Mathematical Physics, Birmingham University, England instead of at CERN in Geneva, Switzerland where I had intended to go. During my first year at Birmingham, I did a set of complicated calculations on a model which was a precursor to string theory, but I was always beaten by a group in USA. At least twice, I was in the process of writing up my calculations when a preprint by my competitors appeared in the department.

Somewhat discouraged, I began to look at other branches of physics in the hope of finding an interesting but tractable problem and found myself talking with David Thouless about strange excitations such as vortices in superfluid ^4He ium

films and domain walls in the Ising model of magnetism. This opened my mind to the world of condensed matter physics where, to my uneducated mind, there seemed to be a plethora of unsolved physical problems. This was a big contrast to high energy physics where there seemed to be very few interesting problems with several very smart people working on every problem. However, there was another difficulty which was my almost total ignorance of statistical mechanics which I had more or less ignored as a graduate student in high energy physics.

I had been warned by my colleagues that David could be difficult because he was reputed to not suffer fools gladly. There was little question that I was an ignorant fool as far as phase transitions were concerned so I was quite nervous listening to David's thoughts about some low dimensional problems in phase transitions. He explained that he had been discussing with Phil Anderson the problem of a phase transitions in the 1D Ising chain with long range interactions between spins falling off as $1/r^2$. He had recently shown [1] that, in this model, there was a phase transition with some peculiar properties. It was known that an Ising chain with shorter ranged interactions

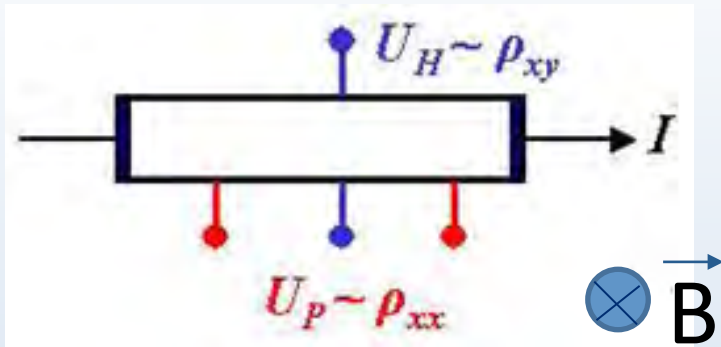
½ Nagrody Nobla:

Odkrycie nowych faz topologicznych materii

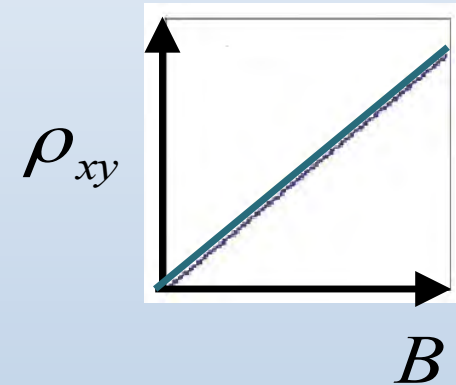
David Thouless, Duncan Haldane

Thouless pokazał, kwantowy efekt Halla można traktować jako fazę topologiczną – **pierwsza faza kwantowa!**

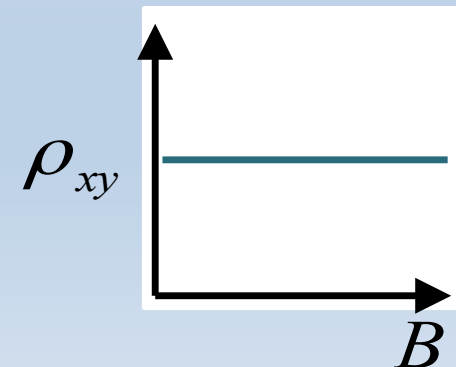
Klasyczny efekt Halla



$$\rho_{xy} = \frac{U_H}{I} = \frac{1}{ne} B$$

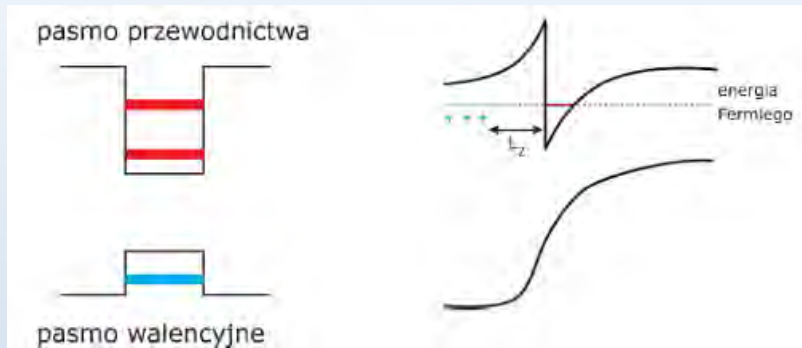


$$\rho_{xx} \propto \frac{U_H}{I} = \text{const.}$$

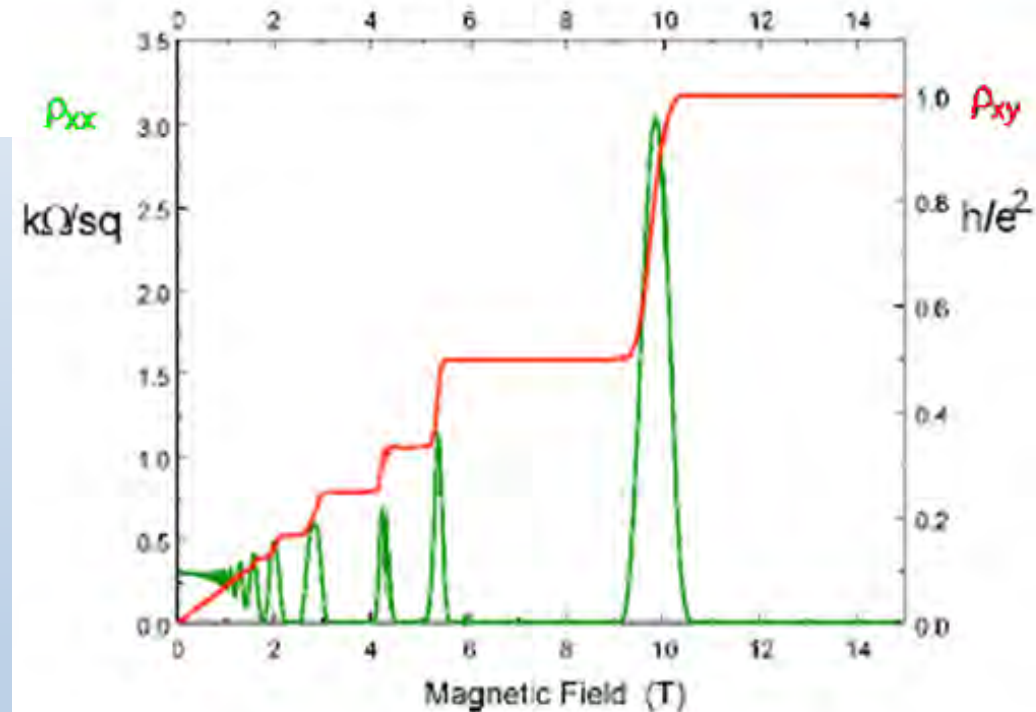


Kwantowy efekt Halla

elektrony dwuwymiarowe w silnym polu magnetycznym



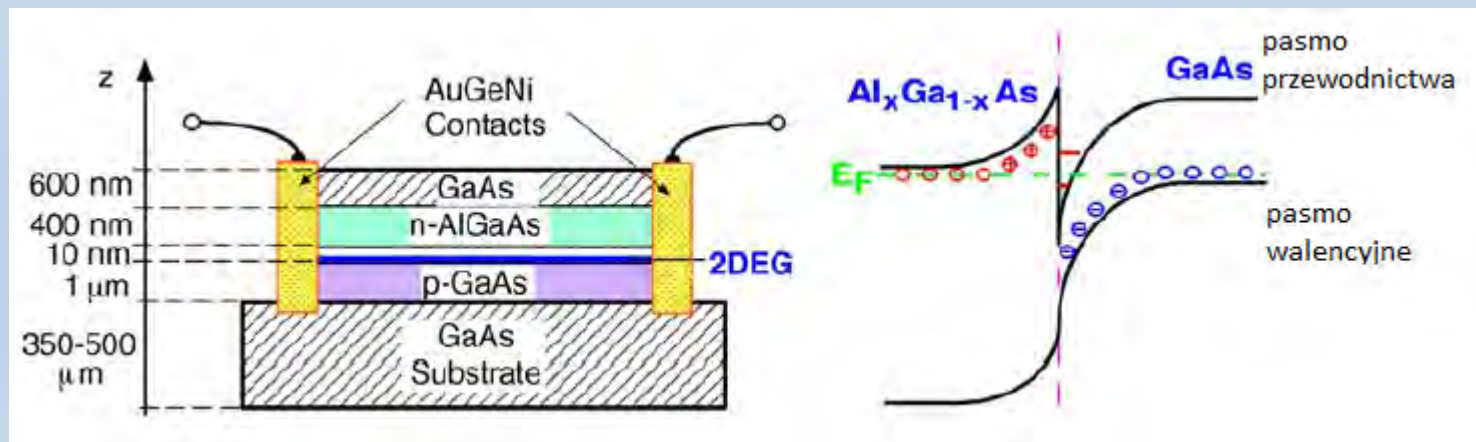
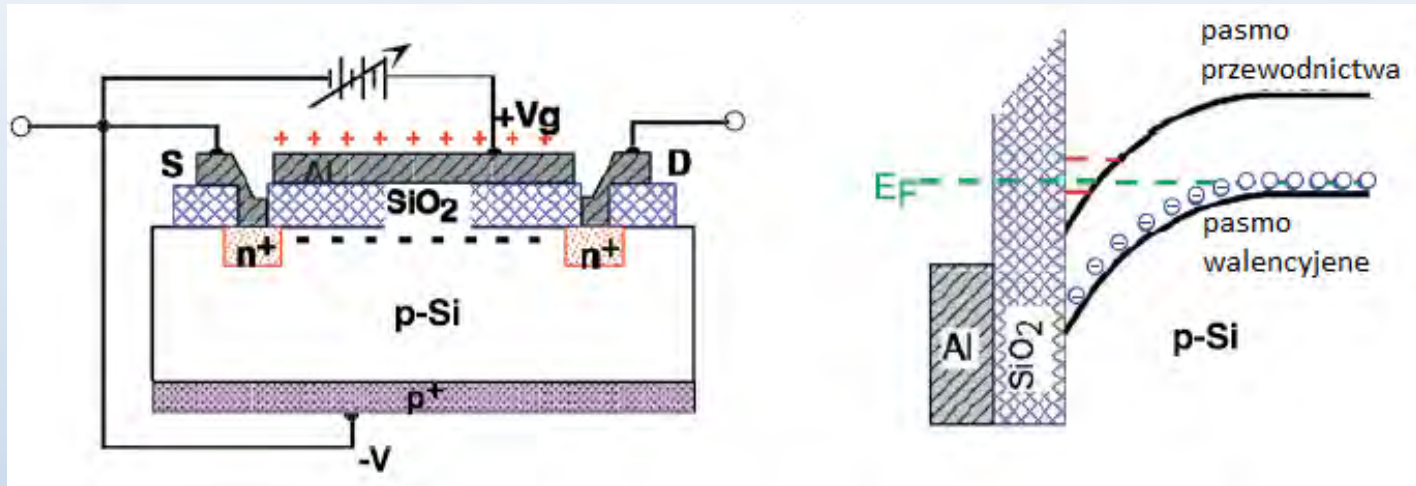
z dokładnością 10^{-9} ;
niezależnie od materiału i jego
zanieczyszczeń, pola
magnetycznego i koncentracji
elektronów :



$$\rho_{xy} = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{1}{i} = \frac{25812.807557(18)}{i} \Omega$$

i – liczba naturalna

Przykładowe struktury z elektronowym gazem dwuwymiarowym



Standard oporu do 1980 r.

Od 1884 r. – „rtęciowy om” –
kolumna rtęci o dł. 106.3cm i przekroju 1mm² w temp. 0°C.

Od 1900 - manganin

Manganin – 86% miedzi, 12% manganu, 2% niklu, praktycznie brak zmian oporu z temperaturą



wzorzec oporu do 1990 r.

Kwantowy efekt Halla: aktualny standard oporu od 1980 r.

Recommendations Comité International des Poids et Mesures (October 4-6, 1988)

recommends

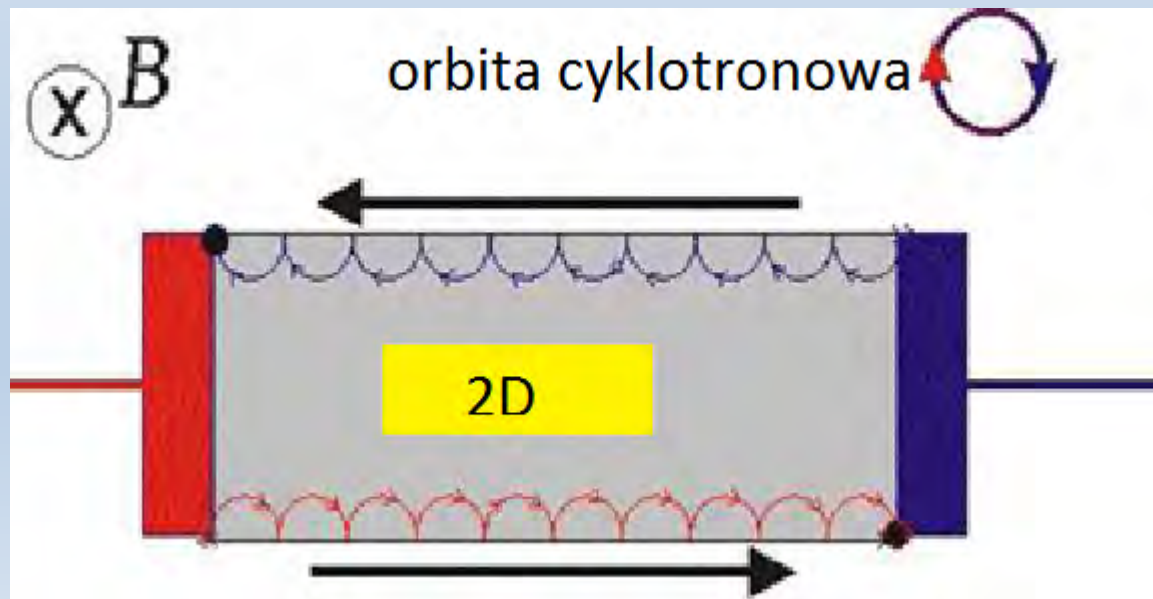
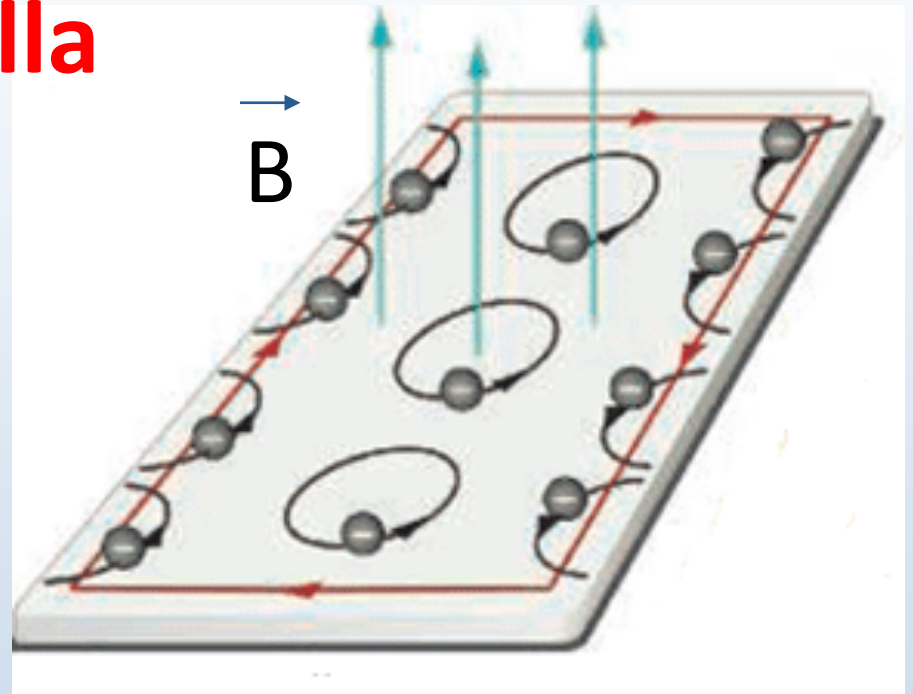
- that $25\,812,807\,\Omega$ exactly be adopted as a conventional value, denoted by R_{K-90} , for the von Klitzing constant, R_K ,
- that this value be used from 1st January 1990, and not before, by all laboratories which base their measurements of resistance on the quantum Hall effect,
- that from this same date all other laboratories adjust the value of their laboratory reference standards to agree with R_{K-90} ,
- that in the use of the quantum Hall effect to establish a laboratory reference standard of resistance, laboratories follow the most recent edition of the technical guidelines for reliable measurements of the quantized Hall resistance drawn up by the Comité Consultatif d'Electricité and published by the Bureau International des Poids et Mesures,

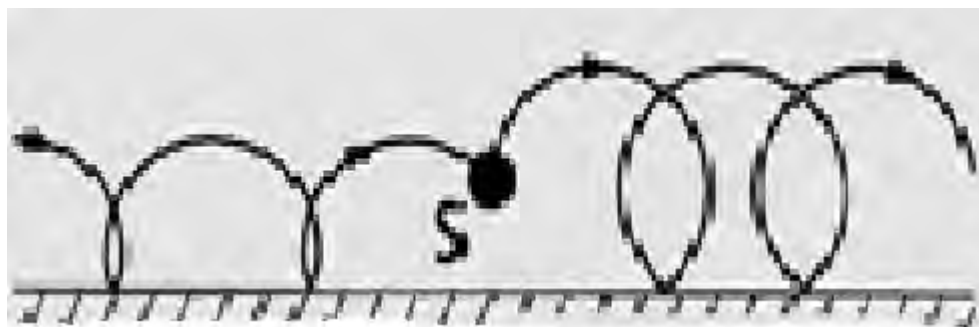
and is of the opinion

- that no change in this recommended value of the von Klitzing constant will be necessary in the foreseeable future.

Kwantowy efekt Halla

Stany krawędziowe
- obraz klasyczny





brzeg próbki



Stany krawędziowe - obraz kwantowy

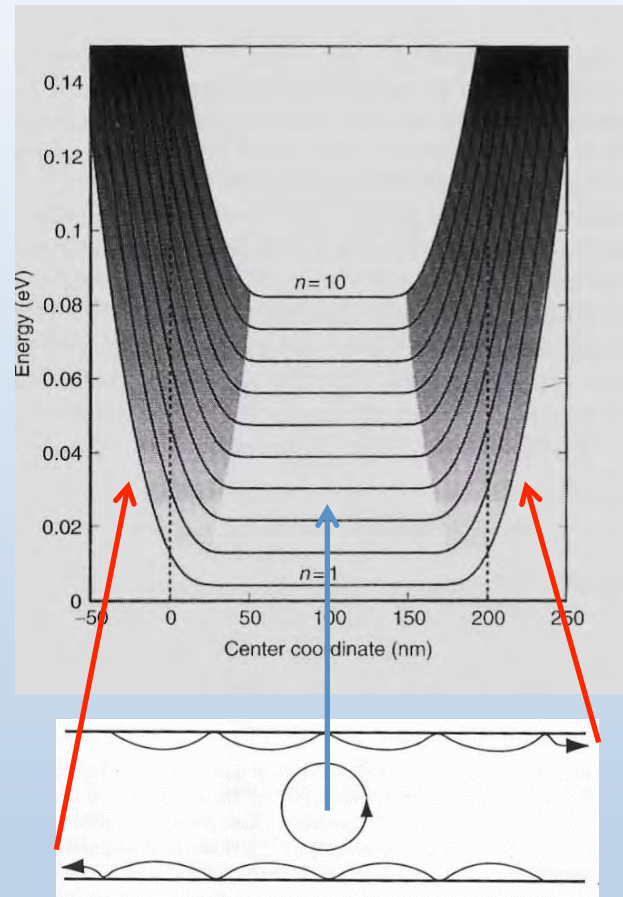
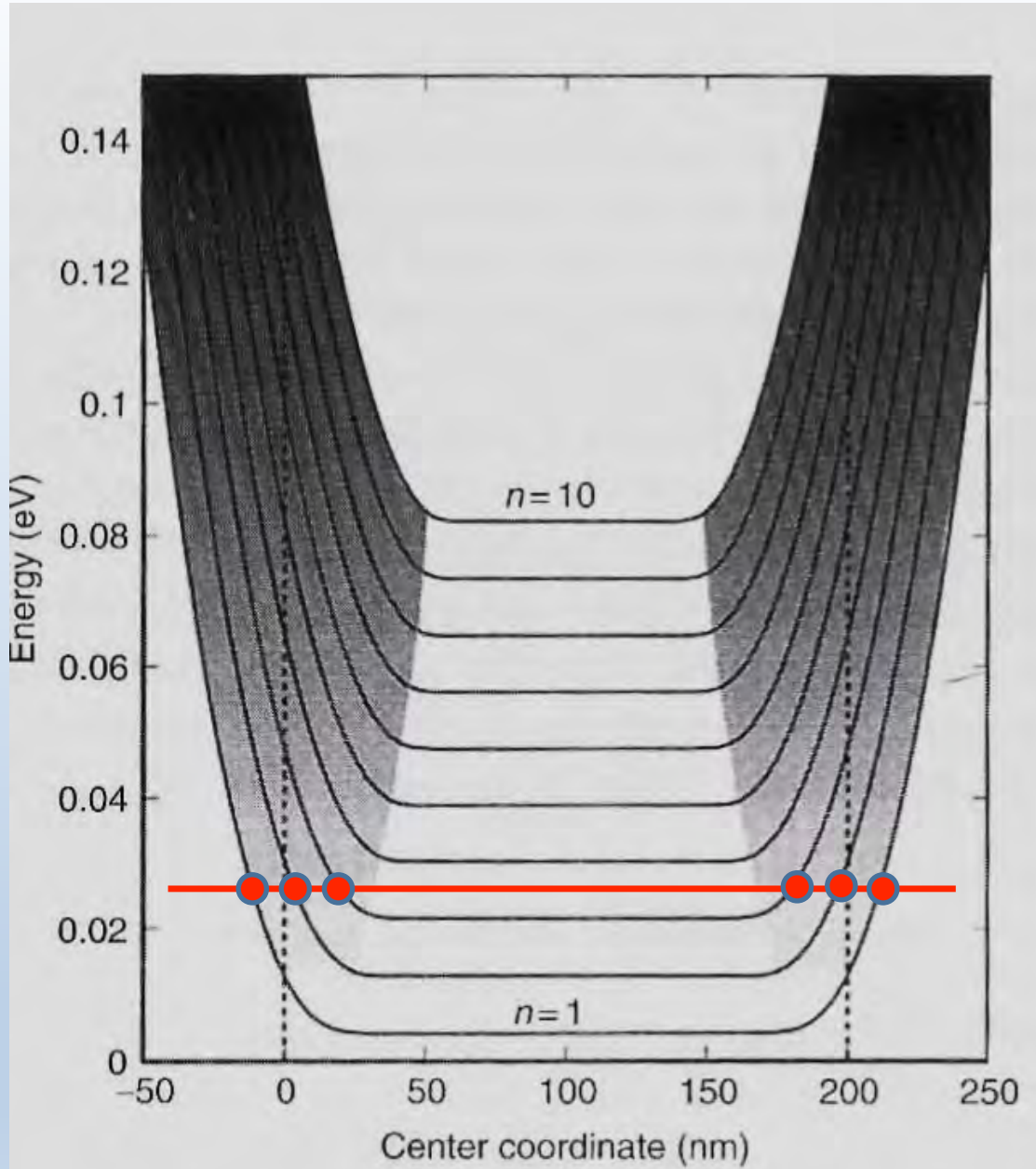
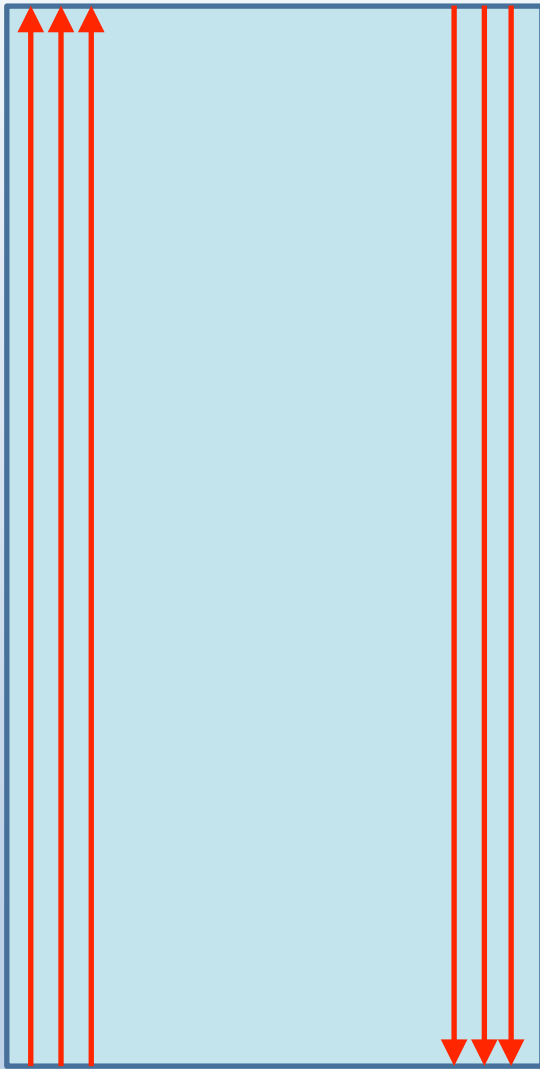
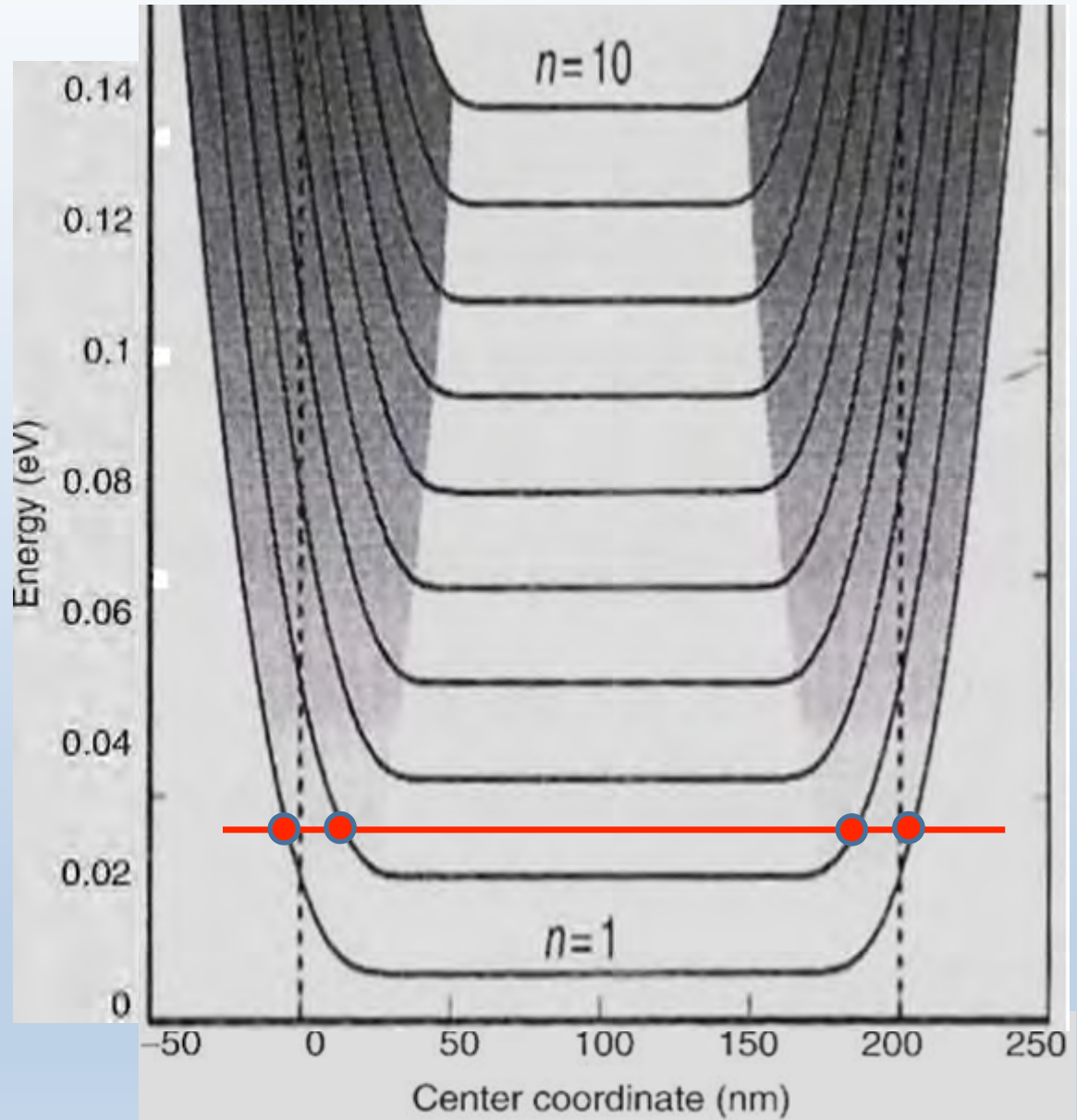
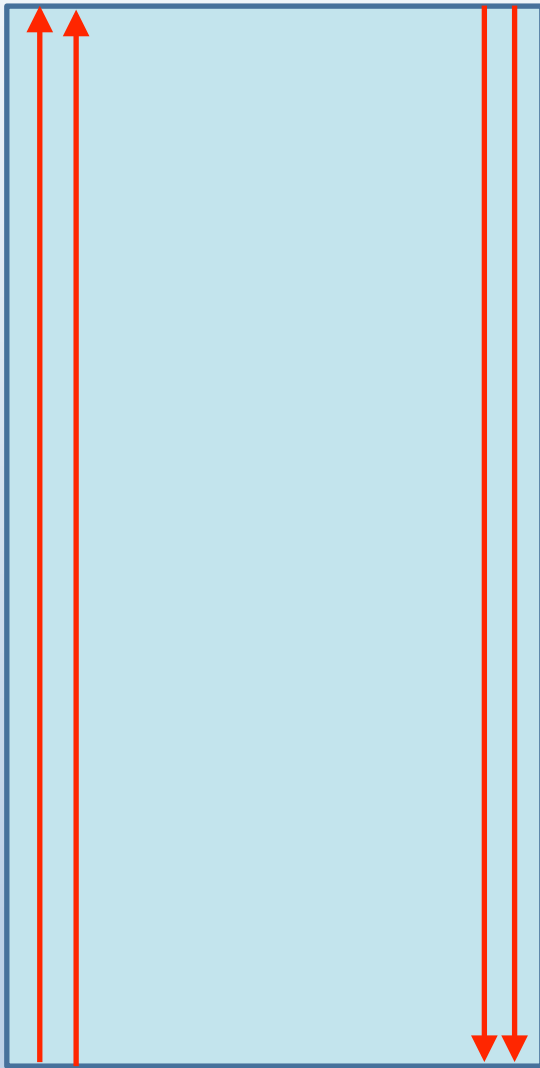


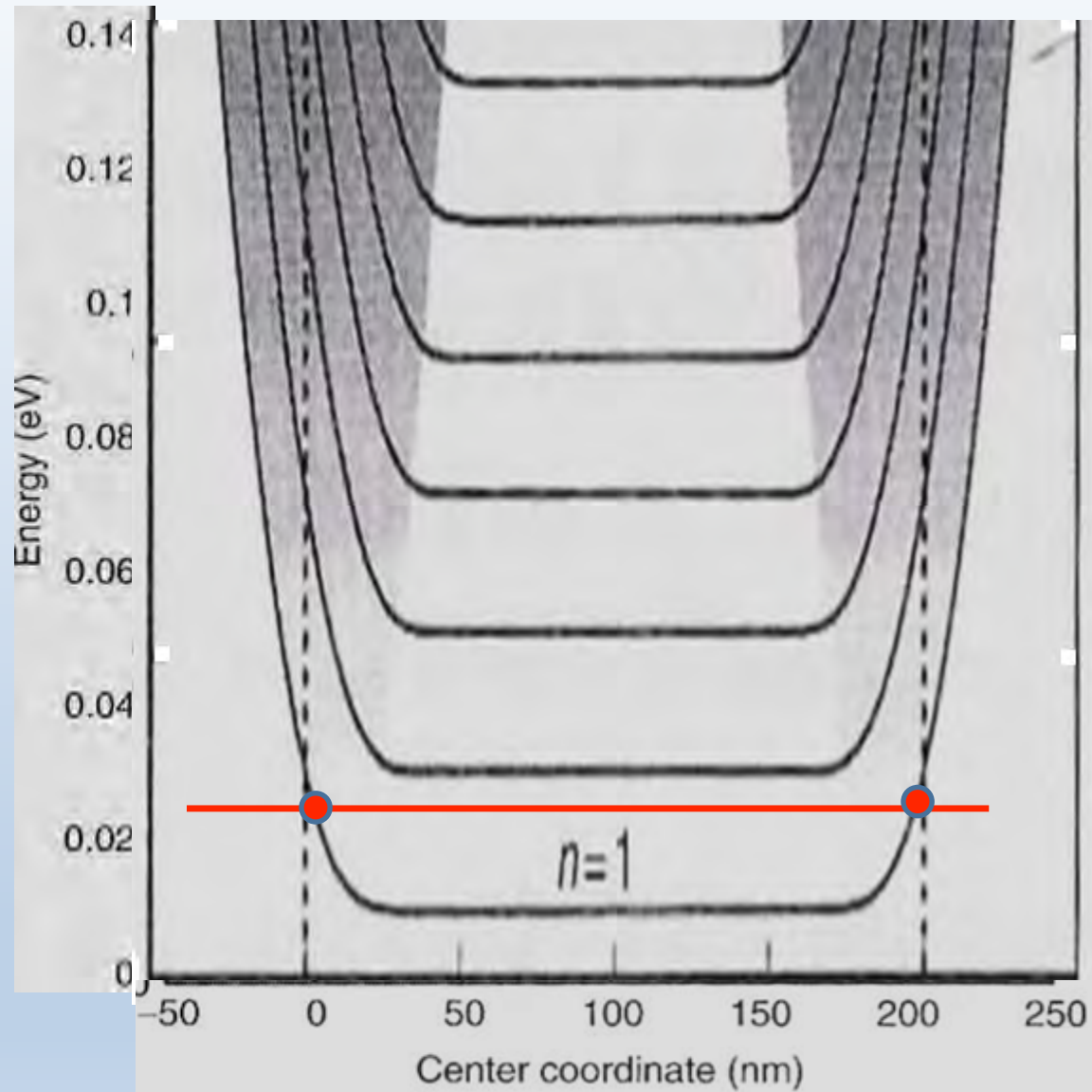
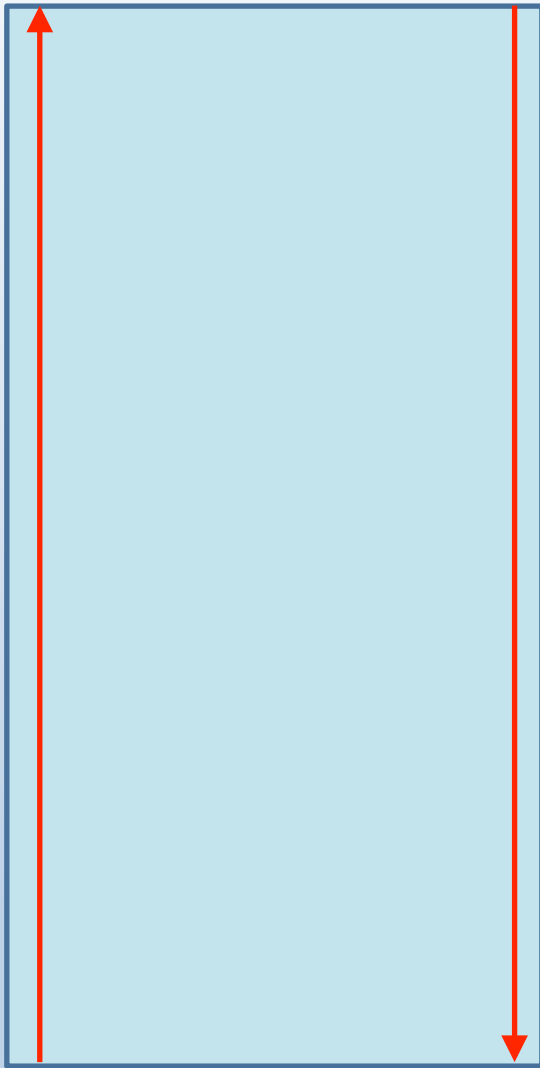
Fig. 2.26 Calculated energy versus center coordinate x_0 for a 200-nm-wide wire and a magnetic field intensity of 5 T. The shaded regions correspond to skipping orbits associated with edge-state behavior.



Pole magnetyczne małe



Pole magnetyczne większe



Pole magnetyczne największe

Kwantowy efekt Halla – faza topologiczna

niezmiennik topologiczny: liczba kanałów

Cecha charakterystyczna: **stany** krawędziowe, które są chronione:

- przewodnictwo nie zależy od składu chemicznego materiału

- przewodnictwo bardzo precyzyjnie określone, wyrażone przez stałe fundamentalne
(jak w jednowymiarowym kanale razy liczba kanałów)

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \cdot i$$

- prąd elektryczny płynie bez strat energii
- nie są czułe na brak porządku w materiale

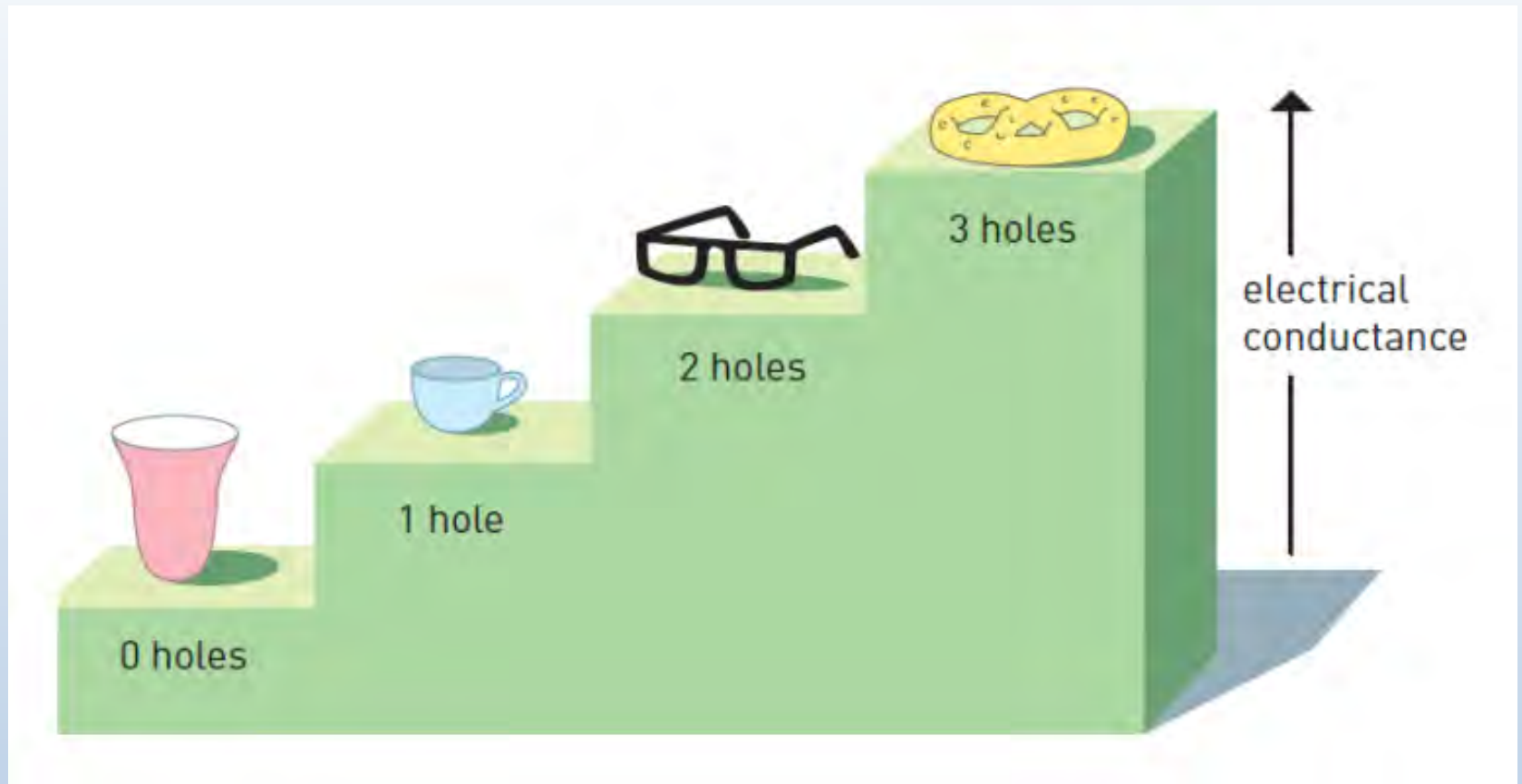


Illustration: ©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences.

Quantized Hall Conductance in a Two-Dimensional Periodic Potential

D. J. Thouless, M. Kohmoto,^(a) M. P. Nightingale, and M. den Nijs

Department of Physics, University of Washington, Seattle, Washington 98195

(Received 30 April 1982)

The Hall conductance of a two-dimensional electron gas has been studied in a uniform magnetic field and a periodic substrate potential U . The Kubo formula is written in a form that makes apparent the quantization when the Fermi energy lies in a gap. Explicit expressions have been obtained for the Hall conductance for both large and small $U/\hbar\omega_c$.

niezmiennik topologiczny TKNN

Pasmo energetyczne może być scharakteryzowane przez liczbę topologiczną :

Potencjał wektorowy Berry'ego:
$$\vec{A}(\vec{k}) = -i \left\langle u_i(\vec{k}) \left| \nabla_{\vec{k}} \right| u_i(\vec{k}) \right\rangle$$

Krzywizna Berry'ego:
$$\vec{F}(\vec{k}) = \nabla_{\vec{k}} \times \vec{A}(\vec{k})$$

Niezmiennik topologiczny TKNN:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \oint \vec{A}(\vec{k}) \cdot d\vec{k} = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \vec{F}(\vec{k}) d^2 \vec{k}$$

Dwa materiały są topologicznie równoważne jeśli jeden może być w sposób ciągły zmieniony w drugi przez wolną zmianę Hamiltonianu tak, że układ jest cały czas w stanie podstawowym. Przerwa energetyczna powinna być skończona cały czas podczas tych zmian.

Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the "Parity Anomaly"

F. D. M. Haldane

Department of Physics, University of California, San Diego, La Jolla, California 92093

The quantum Hall effect¹ (QHE) in two-dimensional (2D) electron systems is usually associated with the presence of a uniform externally generated magnetic field, which splits the spectrum of electron energy levels into Landau levels. In this Letter I show how, in principle, a QHE may also result from breaking of time-reversal symmetry (i.e., magnetic ordering) without any net magnetic flux through the unit cell of a periodic 2D system. In this case, the electron states retain their usual Bloch state character.

Rozważany grafen z
periodycznymi centrami
magnetycznymi, kasującymi się
w obrębie komórki
elementarnej

Początek
izolatorów
topologicznych!

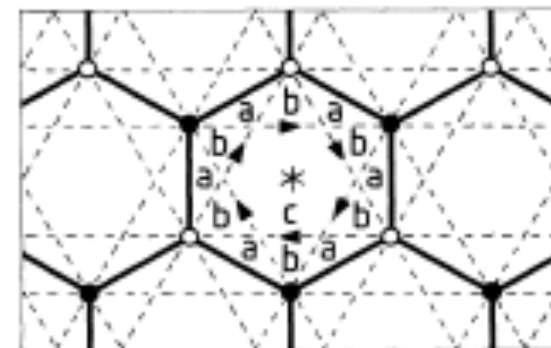
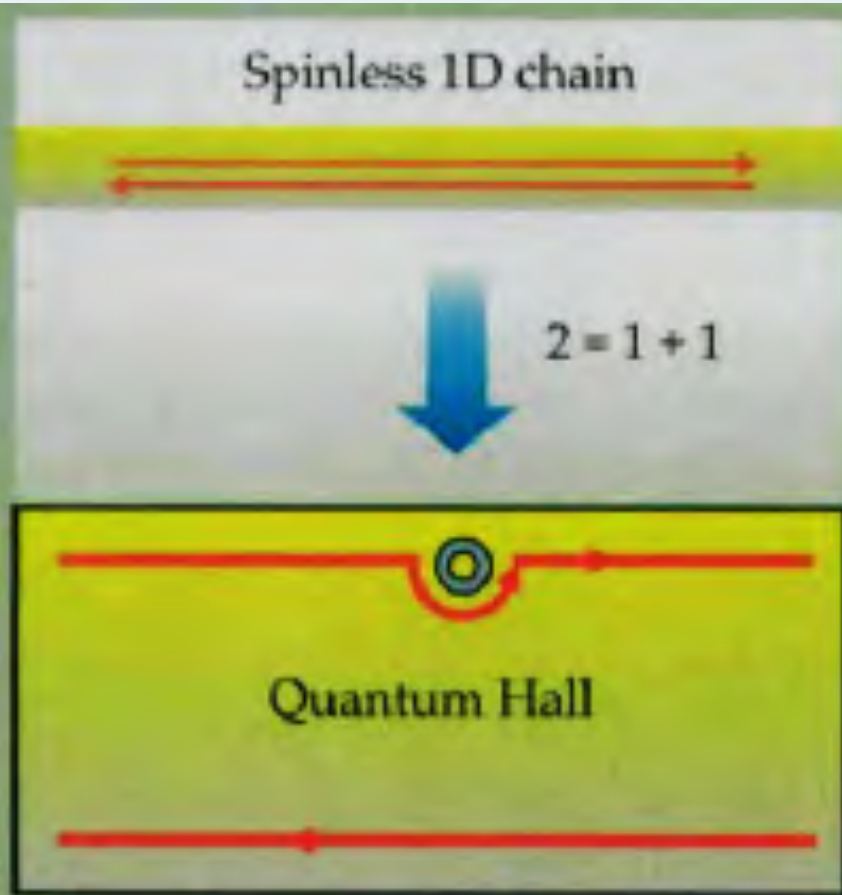
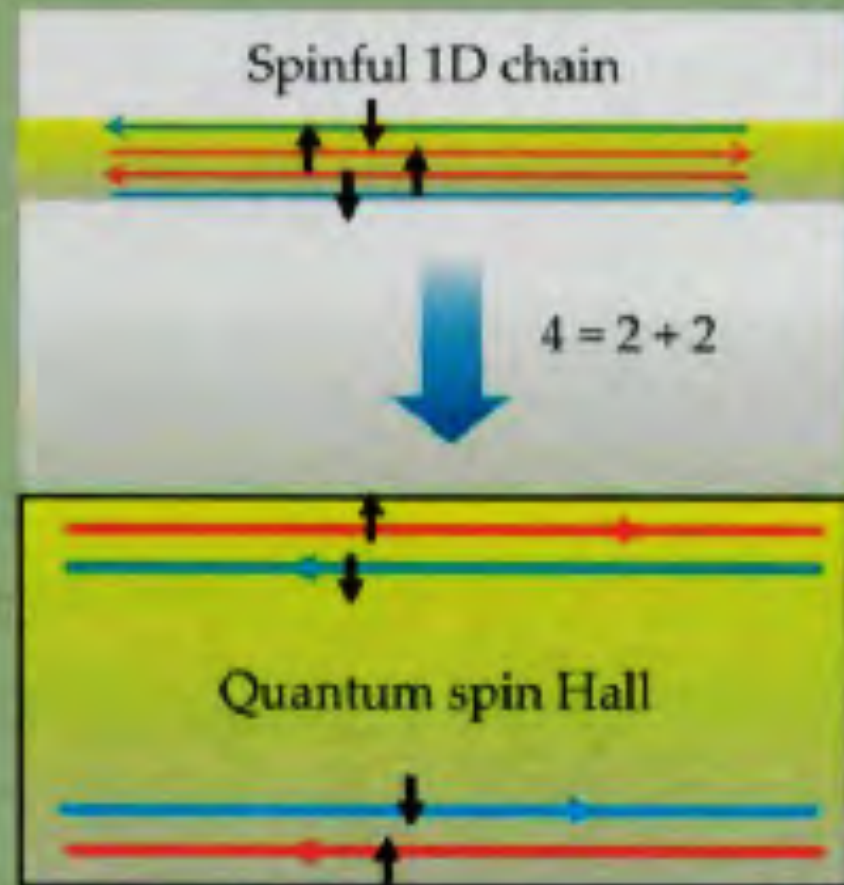


FIG. 1. The honeycomb-net model ("2D graphite") showing nearest-neighbor bonds (solid lines) and second-neighbor bonds (dashed lines). Open and solid points, respectively, mark the *A* and *B* sublattice sites. The Wigner-Seitz unit cell is conveniently centered on the point of sixfold rotation symmetry (marked "*") and is then bounded by the hexagon of nearest-neighbor bonds. Arrows on second-neighbor bonds mark the directions of positive phase hopping in the state with broken time-reversal invariance.

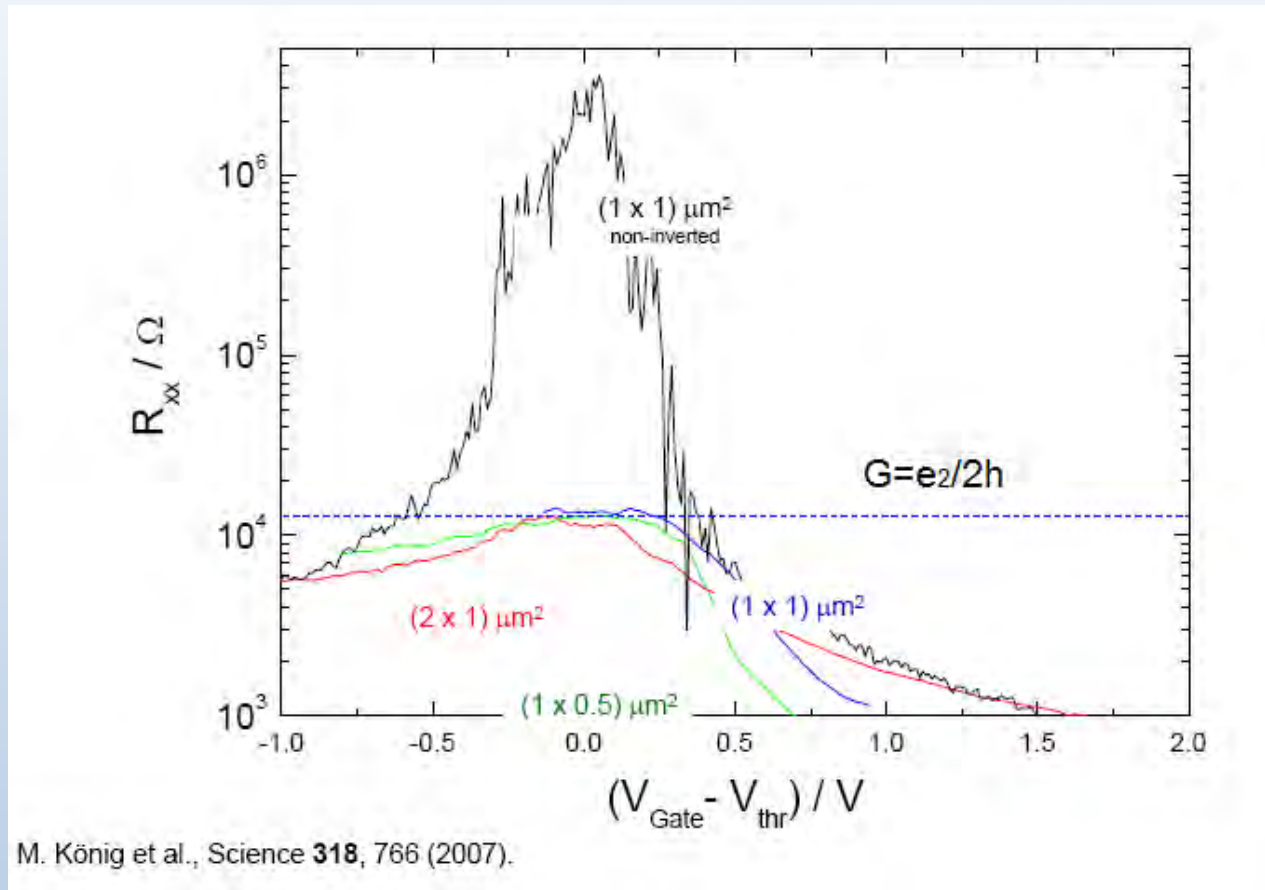
Kwantowy efekt Halla



Kwantowy spinowy efekt Halla

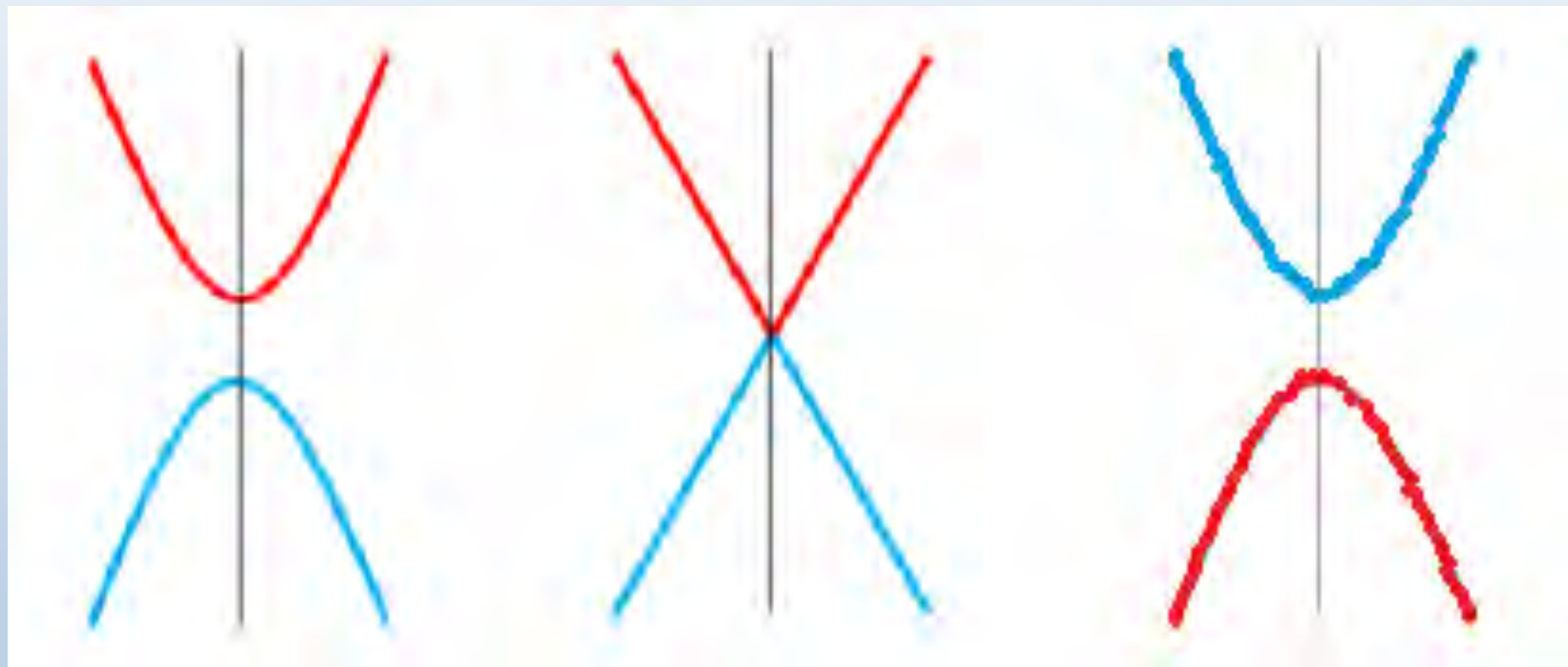


Izolatory topologiczne 2D



Stany powierzchniowe są stabilne na oddziaływania i nieporządek – dobrze określone przewodnictwo przez stałe fundamentalne

Na granicy dwóch różnych topologicznie izolatorów zachodzi przejście fazowe z zamknięciem przerwy energetycznej.



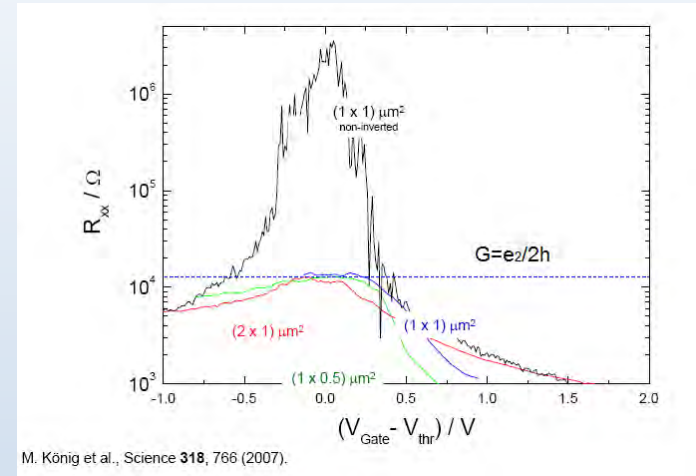
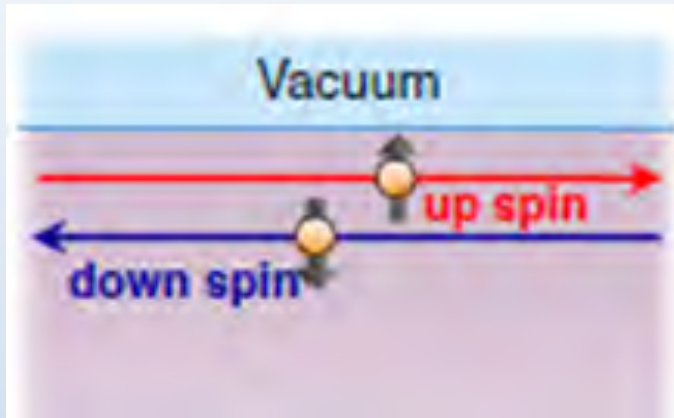
Stany powierzchniowe

Izolator topologiczny

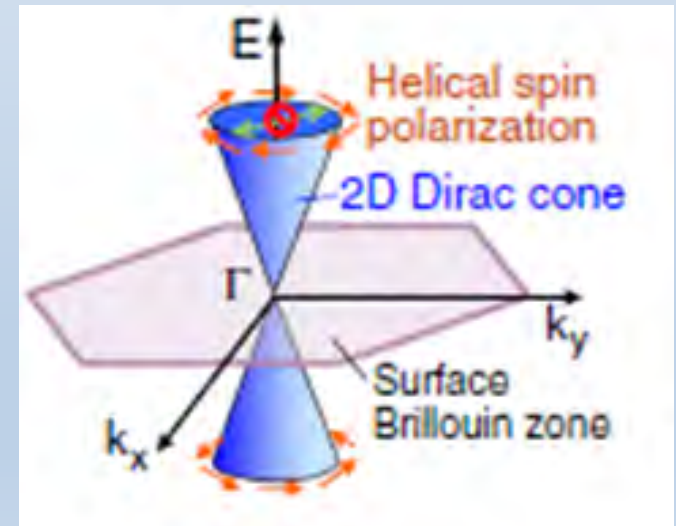
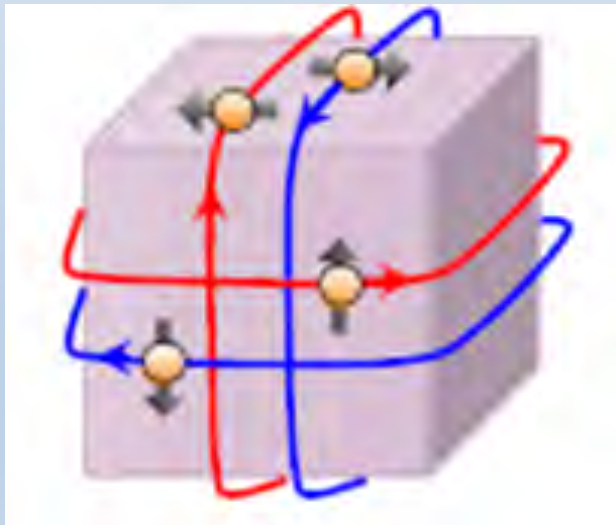
Izolator normalny

Izolatory topologiczne

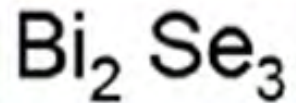
2D



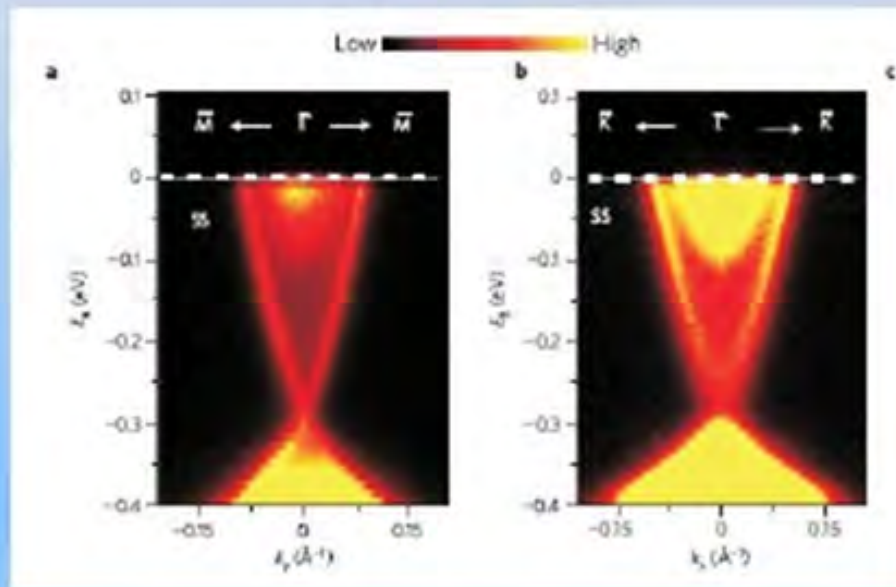
3D



Izolatory topologiczne 3D



ARPES Experiment : Y. Xia et al., Nature Phys. (2009).
Band Theory : H. Zhang et. al, Nature Phys. (2009).



**Narzędzie badawcze:
ARPES, włączający spin**

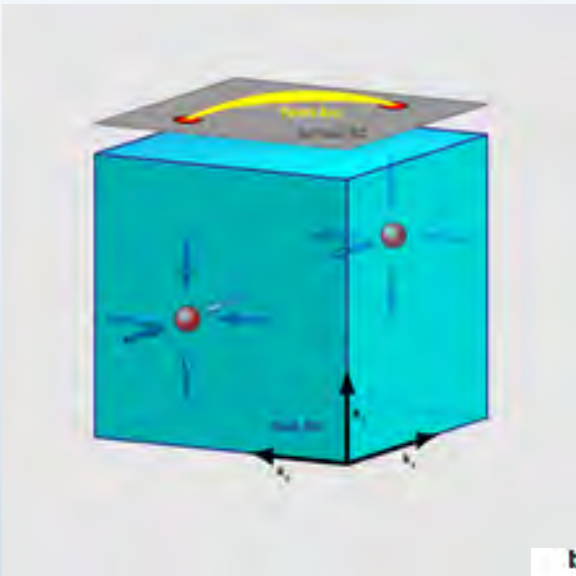
Obecnie:

Ogromna różnorodność faz topologicznych:

- Kwantowy efekt Halla
- Izolatory topologiczne
- Izolatory krystaliczne
- Nadprzewodniki topologiczne
- Półmetale topologiczne

Tak porządkujemy świat!

Metale topologiczne

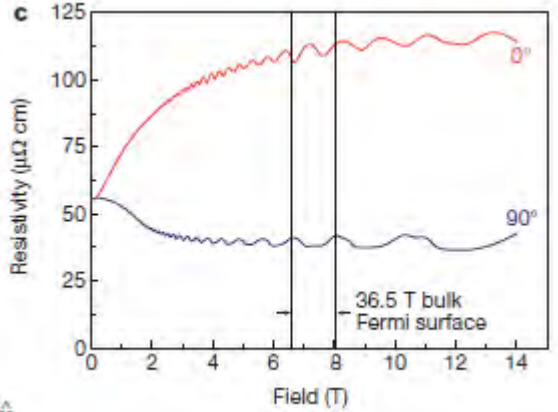
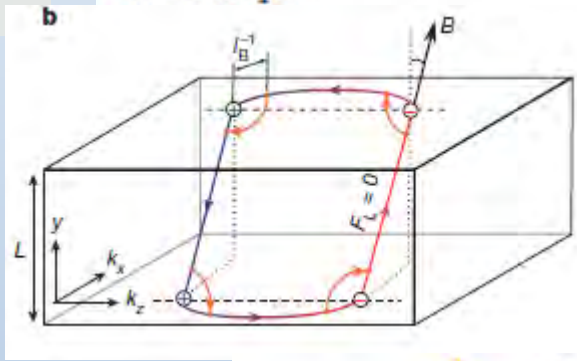
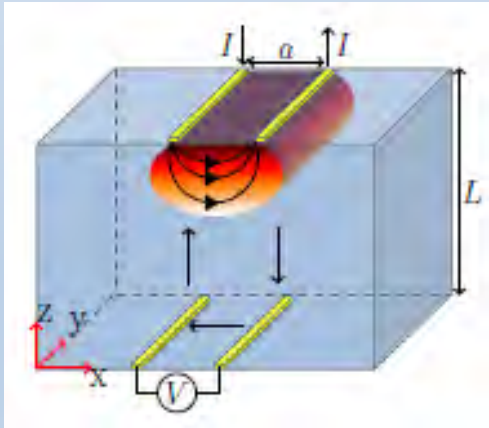


A schematic of the Weyl semimetal state, which include the Weyl nodes and the Fermi arcs. The Weyl nodes are momentum space monopoles and anti-monopoles

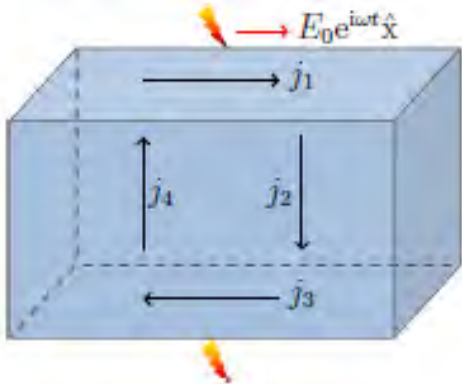
TaAs, NbAs, NbP, TaP, HgCr₂Se₄
Cd₃As₂

When a magnetic field is applied perpendicular to real-space surfaces that carry Fermi arcs, electrons traverse unique cyclotron orbits that connect opposite surfaces of the sample.

Półmetale Weyl



Topologiczny inwerter napięcia $\sim B$



Metal przezroczysty dla mikrofal

Haldane 1983: łańcuch spinów całkowitych jest topologiczny, z efektami brzegowymi (istnieje przerwa energetyczna); łańcuch spinów połowkowych jest nietopologiczny; system bez przerwy energetycznej



$$\bullet \text{---} \bullet = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$S=1 \quad \bigcirc = |+\rangle\langle\uparrow\uparrow| + |0\rangle\frac{\langle\uparrow\downarrow| + \langle\downarrow\uparrow|}{\sqrt{2}} + |-\rangle\langle\downarrow\downarrow|$$

CONTINUUM DYNAMICS OF THE 1-D HEISENBERG ANTIFERROMAGNET: IDENTIFICATION WITH THE $O(3)$ NONLINEAR SIGMA MODEL

F.D.M. HALDANE

Department of Physics, University of Southern California, Los Angeles, CA 90089-0484, USA

Received 10 June 1982

Revised manuscript received 21 November 1982

An action-angle representation of spin variables is used to relate the large- S Heisenberg antiferromagnet to the $O(3)$ nonlinear sigma model quantum field theory, with precise equivalence for integral S . A variant theory is found for half-integer S . Dynamic mass generation by the Néel magnon is predicted.

VOLUME 50, NUMBER 15

PHYSICAL REVIEW LETTERS

11 APRIL 1983

Nonlinear Field Theory of Large-Spin Heisenberg Antiferromagnets: Semiclassically Quantized Solitons of the One-Dimensional Easy-Axis Néel State

F. D. M. Haldane

Department of Physics, University of Southern California, Los Angeles, California 90089

(Received 31 January 1983)

The continuum field theory describing the low-energy dynamics of the large-spin one-dimensional Heisenberg antiferromagnet is found to be the $O(3)$ nonlinear sigma model. When weak easy-axis anisotropy is present, soliton solutions of the equations of motion are obtained and semiclassically quantized. Integer and half-integer spin systems are distinguished.

**Nasze porządkowanie świata jest
fascynujące,
ale (może na szczęście)
dalekie od zakończenia!**



JNR ML500 at a test track in [Miyazaki](https://en.wikipedia.org/wiki/Miyazaki), Japan, on 21 December 1979 travelled at 517 km/h (321 mph), authorized by Guinness World Records.